Oefeningenexamen Inleiding tot de Theoretische Fysica

Donderdag 23 juni 2016

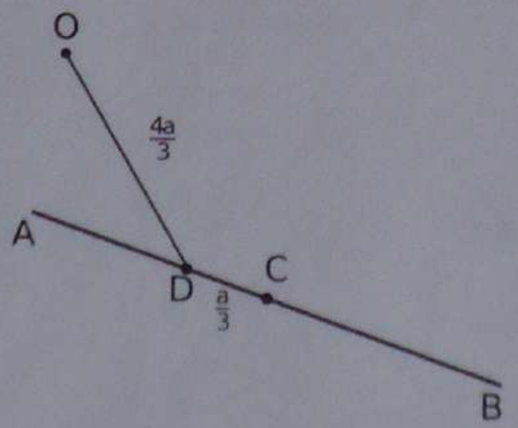
Enkele afspraken:

- Begin elke opgave op een nieuw antwoordenblad. Schrijf op elk blad je naam en studentennummer. Ook al los je een opgave niet op, dien dan toch een blad in (met je naam en studentennummer). Schrijf duidelijk!
- Werk alles grondig uit. Stukken overschrijven uit het boek of de cursus levert echter geen punten op. Als je iets gebruikt uit het boek of de cursus, mag je de vergelijking gewoon overnemen. Vermeld echter het nummer van de vergelijking!
- Er zijn 2 opgaven. Elke opgave staat op evenveel punten. De tweede opgave staat op de ommezijde van dit blad!

Opgave 1

Een homogene staaf AB met massa m en lengte $2a$ is opgehangen via een massaloze staaf OD met lengte $\frac{4}{3}a$ aan een vast punt O. Het scharnierpunt D bevindt zich op een afstand $\frac{1}{3}a$ van het massamiddelpunt C van de massieve staaf. Het systeem is onderhevig aan de zwaartekracht, en de beweging is tweedimensionaal.

1. Bereken het traagheidsmoment van een massieve staaf met massa m en lengte $2a$ voor rotatie rond zijn massamiddelpunt. De rotatieas staat hierbij loodrecht op de staaf.
2. Kies geschikte veralgemeende coördinaten en stel de Lagrangevergelijkingen op.
3. Wat zijn de evenwichtspunten en welke zijn stabiel? Schets alle evenwichtspunten (stabiel en onstabiel). bew
4. Bereken de eigenfrequenties en de bijhorende amplitudes voor kleine trillingen om de stabiele evenwichtsstand.



Opgave 2

Een puntdeeltje met massa m kan bewegen op een kegel met vergelijking $z = \alpha\sqrt{x^2 + y^2}$, waarbij $\alpha > 0$. Het puntdeeltje is met een veer, met veerconstante k en evenwichtslengte l_0, verbonden met de top van de kegel. Het systeem is onderhevig aan de zwaartekracht, en de beweging is driedimensionaal. De kegel werd gekozen zodat

$$mg\alpha = k\sqrt{1+\alpha^2}\,l_0, \tag{1}$$

met g de zwaartekrachtsconstante.

1. Kies geschikte veralgemeende coördinaten en stel de Lagrangevergelijkingen op.
2. Toon aan dat het systeem kan herleid worden tot een ééndimensionaal probleem met een effectieve potentiaal.
   cilindersymmetrie cfr. centraal probleem
3. Toon grafisch en analytisch aan dat een stabiele cirkelvormige beweging mogelijk is als vergelijking (1) geldt. Hangt het bestaan van een stabiele cirkelvormige beweging af van de precieze keuze van de kegel (de parameter α) in vergelijking (1)?
   intuïtief / grafisch als het niet geldt
4. Bereken de periode van de stabiele cirkelvormige beweging, in functie van m, k, en α.
5. Bereken de periode van kleine afwijkingen rond de stabiele cirkelvormige beweging, in functie van m, k, en α.