Inleiding tot de theoretische fysica

Theorie-examen

Academiejaar 2016-17 $\quad 1^e$ zit

Opgave 1 (5 punten)

Toon aan, voor een systeem met meerdere deeltjes $i = 1, .., N$, dat de arbeid verricht door de krachten op de deeltjes om deze van een begintoestand $\boldsymbol{r}_i(t_1), \dot{\boldsymbol{r}}_i(t_1)$ op tijdstip t_1 naar een eindtoestand $\boldsymbol{r}_i(t_2), \dot{\boldsymbol{r}}_i(t_2)$ op tijdstip t_2 te brengen, gelijk is aan het verschil van de totale kinetische energie tussen deze twee tijdstippen.

Opgave 2 (5 punten)

Toon aan dat de Lagrangiaan niet-uniek is, m.a.w dat de Lagrange vergelijkingen invariant zijn als een totale tijdsafgeleide van een functie van de coördinaten en de tijd bij de Lagrangiaan wordt opgeteld.

Opgave 3 (5 punten)

(a) De Lagrangiaan voor een deeltje in een conservatief centraal krachtveld is gegeven door
$L = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - V(r)$. Toon aan, via behoud van zowel draaimoment als energie, dat het probleem kan gereduceerd worden tot een 1e orde differentiaalvergelijking in $r(t)$.
(b) Geef een formele oplossing $r(t)$ en $\theta(t)$.

Opgave 4 (5 punten)

Leid de normaaltrillingsvergelijking af voor een conservatief systeem met holonoomtijdsonafhankelijke bindingen (beschreven door een Lagrangiaan met n veralgemeende coördinaten), voor kleine uitwijkingen rond een stabiel evenwichtspunt.

Inleiding tot de theoretische fysica

Oefeningenexamen

Academiejaar 2016 -17 1^e zit

Enkele afspraken:

- Begin elke opgave op een nieuw antwoordenblad. Schrijf op elk blad je naam en het nummer van de opgave. Ook al los je een vraag niet op, dien toch een blad in (met je naam en nummer van de opgave).
- Verzorg je wiskundige notatie. Als je iets gebruikt uit de slides of uit het boek mag je de vergelijking gewoon overnemen, maar vermeld het nummer van de vergelijking.

Opgave 1

Een deeltje met massa m beweegt onder invloed van een centrale attractieve potentiaal $V(r) = -\frac{k}{r}$ (m.a.w. het Kepler probleem).
(a) Beschouw een cirkelvormige en een parabolische baan met een zelfde draaimoment ℓ. Toon aan dat de afstand van het krachtcentrum tot het perihelion van de parabolische baan gelijk is aan de helft van de straal van de cirkelbaan.
(b) Toon aan dat de snelheid van het deeltje op *elk* punt van de parabolische baan precies $\sqrt{2}$ keer zo groot is als de snelheid op een cirkelbaan die door hetzelfde punt gaat. De parabolische baan en de cirkelbaan hebben uiteraard nu niet noodzakelijk hetzelfde draaimoment!
(c) Toon aan dat de snelheid van een deeltje in het perihelion en aphelion op een elliptische baan respectievelijk $\sqrt{1+e}$ en $\sqrt{1-e}$ keer zo groot is als de snelheid op een cirkelbaan doorheen deze punten. Hierbij is e de eccentriciteit van de elliptische baan.

Opgave 2

Vier massaloze staven, elk met lengte $2l$, zijn opgesteld zoals in de figuur. De vier kleine open cirkels stellen wrijvingsloze scharnierpunten voor, in het midden en aan één van de uiteinden van de staven. Eén uiteinde van één staaf is vastgemaakt aan de y-as, dit is de zwarte opgevulde cirkel. De andere drie staven hebben aan hun vrij uiteinde een wiel. Aan de onderste twee uiteinden is een veer met krachtconstante k en en evenwichtslengte 0 (nul) bevestigd. Bovenop de bovenste twee wielen ligt een massaloze plank, met daarop een massa M precies in het midden tussen de twee wielen. Veronderstel dat de massa M zich altijd precies in hetmidden tussen de twee wielen bevindt. Veronderstel ook dat de straal van de wielen verwaarloosbaar is ten opzichte van de lengte van de staven. Het