

# Inleiding tot de theoretische fysica

Theorie-examen

Academiejaar 2016-2017 - 2<sup>e</sup> zit

## Opgave 1

- (a) Toon aan dat de arbeid verricht door de kracht op een deeltje tussen twee punten van zijn baan gelijk is aan het verschil in kinetische energie tussen deze twee punten.
- (b) Definieer een conservatieve kracht, en leid de functionele vorm af waaraan een conservatieve kracht moet voldoen.
- (c) Definieer de totale energie bij een conservatief systeem, en toon aan dat deze behouden is.
- (d) Wat als de kracht een gradiëntveld is, maar ook een expliciete tijdsafhankelijkheid vertoont?

## Opgave 2

- (a) Voer algemeen het canonisch toegevoegd moment  $p_k$  van een veralgemeende coördinaat  $q_k$  in. Toon aan dat dit een behouden grootte is als de Lagrangiaan niet van de variabele  $q_k$  afhangt.
- (b) Onderstel een conservatief systeem en stel dat een bepaalde veralgemeende coördinaat correspondeert met een globale translatie van het systeem in een bepaalde richting. Toon aan dat als de potentiaal invariant is onder een verandering van deze coördinaat, dat dan de projectie van de totale impuls volgens deze richting een behouden grootte is.

## Opgave 3

Toon aan, via de Lagrange vergelijkingen, dat de beweging van twee deeltjes die interageren via conservatieve krachten, equivalent is met enerzijds de vrije beweging van het zwaartepunt, anderzijds de beweging van één deeltje met gereduceerde massa onder een potentiaal die enkel afhangt van de relatieve positie van de twee deeltjes.

## Opgave 4

Toon aan dat, in geval van een attractieve invers-kwadratische centrale krachtwet  $\mathbf{F} = -\frac{k}{r^3}\mathbf{r}$ , de Laplace-Runge-Lenz vector  $\mathbf{A} = \mathbf{p} \times \mathbf{L} - \frac{mk}{r}\mathbf{r}$  een behouden grootte is, en geef een interpretatie.

# Inleiding tot de theoretische fysica

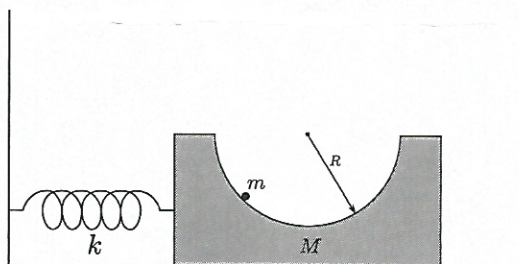
Oefeningenexamen 2<sup>e</sup> zit van het academiejaar 2016-2017

11 september 2017

Enkele afspraken:

- Begin elke opgave op een nieuw antwoordenblad. Schrijf op elk blad je naam en studentnummer. Ook al los je een vraag niet op, dien dan toch een blad in (met enkel je naam en studentnummer).
- Schrijf duidelijk!
- Werk alles grondig uit. Stukken overschrijven uit het boek of de cursus levert echter geen punten op. Als je iets gebruikt uit het boek of de cursus, mag je de vergelijking gewoon overnemen. Vermeld echter het nummer van de vergelijking!
- Er zijn 2 opgaven. In totaal kan je 10 punten verdienen met het oefeningenexamen.

## Opgave 1



Een "ramp" of "halfpipe" met massa  $M$  is geplaatst op een horizontaal oppervlak waarop hij wrijvingsloos kan schuiven. De kromming van de ramp is een halve cirkel met straal  $R$  zoals afgebeeld in de figuur. De ramp is met een massaloze veer (veerconstante  $k$  en rustlengte  $d$ ) verbonden aan een verticale muur. Verder is er een puntmassa met massa  $m$  die zich vrij kan bewegen op het gebogen oppervlak van de ramp (veronderstel echter dat de beweging van deze puntmassa zich enkel beperkt tot het oppervlak).

- Kies veralgemeende coördinaten, duid deze aan op een zelfgemaakte schets op je antwoordenblad, duid ook de cartesische coördinaatassen aan.
- Bepaal de kinetische en de potentiële energie in termen van de veralgemeende coördinaten.
- Stel de lagrangiaan op van het systeem en bepaal de bewegingsvergelijkingen.
- Bepaal alle stabiele evenwichtspunten.
- Bepaal de eigenfrequenties voor kleine trillingen rond elk stabiel evenwichtspunt. De evenwichtsmodes zelf zijn niet gevraagd.

## Opgave 2

Een deeltje met massa  $m$  bevindt zich in de centrale potentiaal  $V(r) = -\frac{k}{r}$ . Het deeltje volgt een cirkelvormige beweging voor  $t < 0$  en heeft een angulair moment  $\ell$  tijdens deze beweging. Op  $t = 0$  verandert de centrale potentiaal naar  $\tilde{V}(r) = -\frac{k}{2r}$ . De zwaartekracht werkt niet in op het deeltje.

- (a) Geef de kinetische en potentiële energie van het deeltje in functie van  $k$ ,  $m$  en  $\ell$  **juist voor** het veranderen van de potentiaal.
- (b) Geef de kinetische en potentiële energie van het deeltje in functie van  $k$ ,  $m$  en  $\ell$  **juist na** het veranderen van de potentiaal.
- (c) Wat voor baan beschrijft het deeltje na het veranderen van de potentiaal?