Examen Oefeningen Projectieve Meetkunde

15 januari 2018

Oefening 1. Beschouw de puntenverzameling C in $PG(3, q)$ met vergelijking $X_0^2 + X_1X_2 = 0$.

(i) Bewijs dat C bestaat uit de punten die gelegen zijn op $q + 1$ rechten door een vast punt P en leid daaruit af dat C bestaat uit $q^2 + q + 1$ punten.

(ii) Bewijs dat een vlak, niet door P, de puntenverzameling C in een irreduciebele kegelsnede snijdt.

Oefening 2. Beschouw een symplectische polariteit ϕ in $PG(2n+1, q)$. Een deelruimte X wordt absoluut genoemd als X bevat is in X^ϕ of X^ϕ bevat is in X.

(i) Bewijs dat de rechte bepaald door de punten P en Q absoluut is als en slechts als Q in P^ϕ ligt.

(ii) Zij α een absolute $k - 1$-dimensionale ruimte in $PG(2n + 1, q)$, $k \leq n$. Bewijs dat een k-dimensionale deelruimte β in $PG(2n + 1, q)$ door α absoluut is als en slechts als $\beta \subset \alpha^\phi$.

(iii) Zij nu $n = 2$, hoeveel absolute rechten gaan er door een vast punt van $PG(5, q)$? Hoeveel absolute vlakken gaan door een vast punt van $PG(5, q)$?

Oefening 3. Beschouw de projectieve ruimte PG(n,q). Zij L en M disjuncte rechten, hoeveel rechten in $PG(n, q)$ zijn disjunct aan beide rechten?