Vraagstukken Thermische Fysica

Set 1

Opgave 0

De Eifeltoren werd geconstrueerd in 1889 naar het ontwerp van Alexandre Gustave Eiffel. De toren is gemaakt uit staal en is bij 22 °C 301 m hoog.
Wat is de lengteverandering als de temperatuur afneemt naar 0°C ?

Opgave 1

De coördinaten van drie systemen A, B en C zijn respectievelijk P,V ; P',V' en P", V". Wanneer A en C in thermisch evenwicht zijn met elkaar wordt de volgende uitdrukking gevonden :

$$PV - nbP - P''V'' = 0. \tag{1}$$

In het geval B en C in thermisch evenwicht zijn, geldt

$$P'V' - P''V'' + \frac{nb'P''V''}{V'} = 0, \tag{2}$$

waarbij de symbolen n, b en b' constanten voorstellen.
Wat zijn de vergelijkingen van de isothermen voor de systemen A, B en C bij deze temperatuur T ? Geef de vergelijking die thermisch evenwicht tussen A en B uitdrukt.

Opgave 2

Een hoeveelheid kwik bij standaard atmosferische druk en 0 °C wordt bij constant volume opgewarmd tot 10 °C.
Wat is de uiteindelijke druk ?

Opgave 3

Een ideaal gas neemt in een cilinder-zuiger combinatie een volume in van 4 l en heeft een druk van 1 atm bij een temperatuur van 300 K. Het gas expandeert bij een constante druk tot het dubbel van zijn oorspronkelijk volume, wordt dan isotherm samengeperst tot zijn oorspronkelijk volume en vervolgens afgekoeld bij constant volume tot de oorspronkelijke druk.

- Schets de cyclus in een PV-diagram.
- Bereken de temperatuur van de isotherme compressie.
- Bereken de hoogste druk.
- Bereken de netto arbeid van de cyclus.

Opgave 4

In een constant-volume-gasthermometer is bij vier metingen de druk bij het TP van water gegeven door de bovenste waarden in tabel 1. Bij gesloten contact van het thermometervat met een materiaal vindt men drukwaarden onderaan tabel 1.
Bereken de temperatuur van het materiaal.

P_{TP} (mmHg)	1000,0	750,00	500,0	250,0
P (mmHg)	1535,3	1151,6	767,82	383,95

Tabel 1: Drukwaarden uit de meting bij opgave 4.

Opgave 5

Een pakkingring is eigenlijk gewoon een schijfje met een opening in het midden. Wanneer de ring verwarmd wordt, zal de opening dan
a) uitzetten, b) inkrimpen, of c) gelijk blijven ?

Opgave 6

Een blok koper is volledig ommanteld met een dikke invar wand. Het systeem is in evenwicht met de atmosfeer van 20 °C en een druk van 1×10^5 Pa. De invar mantel wordt verondersteld een verwaarloosbare uitzetting en samendrukbaarheid te hebben en kan maximaal een druk van $1{,}2\times10^8$ Pa weerstaan.

- Wat zal de druk zijn als de temperatuur verhoogd wordt naar 32 °C ?
- Wat is de maximale temperatuur die het systeem kan hebben zonder dat de cilinder barst ?

Opgave 7

Bereken algemeen de volume-uitzettingscoëfficiënt en de samendrukbaarheid van een ideaal gas.

Opgave 8

Bereken de arbeid die geleverd moet worden om 0,1 mol van een van der Waals-gas met a=0,2 $\mathrm{Nm^4mol^{-2}}$ en b=30×10^{-6} $\mathrm{m^3mol^{-1}}$ quasistatisch en isotherm samen te drukken van 3 liter naar 1 liter bij 300 K.

Opgave 9

Druk de volume uitzettingscoëfficiënt en de samendrukbaarheid uit in functie van de dichtheid ρ en zijn partieel afgeleiden.

Opgave 10

Leid volgende vergelijking af :

$$\frac{dV}{V} = \beta dT - \kappa dP. \tag{3}$$

Opgave 11

Op een blok koper met massa 100 g wordt de druk quasistatisch en isotherm verhoogd naar 10^8 Pa. Wat is de geleverde arbeid op het koper ?

Opgave 12

Een staaldraad met diameter 1 mm staat onder een spanning van 20 N over een lengte van 1,2 m en bij een temperatuur van 20°C.

- Wat is de uiteindelijke spanning wanneer de temperatuur tot 8 °C wordt gebracht ?

- Wat is de frequentie van de grondtoon van de snaar bij 20 °C en bij 8 °C, wanneer

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{FL}{m}} \tag{4}$$

Vraagstukken Thermische Fysica

Set 2

Opgave 1

Bereken $(\partial U/\partial T)_P$ als functie van macroscopisch meetbare grootheden voor een hydrostatisch systeem.

Opgave 2

Bereken $(\partial U/\partial V)_P$ en $(\partial U/\partial P)_V$ als functie van macroscopisch meetbare grootheden voor een hydrostatisch systeem.

Opgave 3

Toon aan dat in het kritisch punt de volume-uitzettingscoëfficiënt en de samendrukbaarheid beiden oneindig zijn.

Opgave 4

Beschouw een staaldraad met diameter 1 mm, lengte 1,2 m en spanning 20 N. Wat is de arbeid nodig om de spanning quasistatisch en isotherm te verhogen tot 100 N ? De lengte mag constant beschouwd worden.

Opgave 5

Voor een ideale elastische stof geldt volgende toestandsvergelijking :

$$F = KT\left(\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^2}{L^2}\right), \tag{1}$$

met K een constante en L_0 de lengte bij nulspanning, enkel afhankelijk van de temperatuur.
Bereken de uitdrukking voor de isotherme Youngmodulus Y en de lineaire uitzetting α.
Toon aan dat Y bij nulspanning gegeven wordt door $3KT/A$.

Opgave 6

Een vat met inhoud 2 l en voorzien van een stop bevat zuurstof (te beschouwen als ideaal gas) onder een druk van 1 atm bij 300 K. Het stelsel wordt verwarmd tot 400 K, open aan de atmosfeer. Dan wordt het vat afgesloten en weer afgekoeld tot de oorspronkelijke temperatuur.
Bereken de einddruk. Welke massa zuurstof is in het vat overgebleven ?

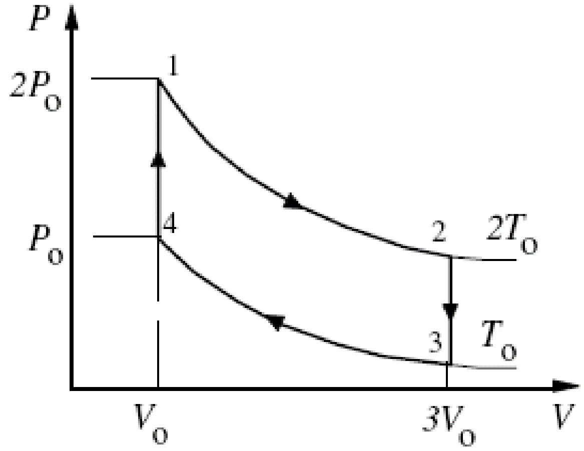
Opgave 7

Een mol van een ideaal mono-atomisch gas beschrijft een cyclisch proces dat bestaat uit twee isochoren en twee isothermen (zie figuur 1). Bereken in elk deelproces en voor de totale cyclus de arbeid, de warmtetransfer en de inwendige-energieverandering als functie van P_0, V_0 en T_0.

Opgave 8

Een motor, opererend volgens een Ottocyclus, bevat een ideaal diatomisch gas als werkzaam medium. De laagste druk P_1 in de cyclus bedraagt 100 kPa bij een temperatuur $T_1 = 300K$. De compressieverhouding is zo dat P_2 na de eerste stap in de cyclus 1500 kPa wordt. De hoogste temperatuur die wordt bereikt is 2450 K.
Bereken

- De compressieverhouding van de motor,



Figuur 1: De cyclus beschreven in opgave 7.

- de warmte-input of output per mol voor de vier processen,
- de arbeid per mol voor de vier processen en de netto-arbeid per mol,
- het rendement van de motor.

Opgave 9

Men stelt vast dat er dauw gevormd wordt op een afkoelend gepolijst metalen oppervlak wanneer een temperatuur van 10 °C wordt bereikt.
Wat is de vochtigheidsgraad van de kamer bij 20 °C ?

Opgave 10

Het volume van een gesloten, op constante temperatuur van 20 °C gehouden, kamer is 60 m^3. De relatieve vochtigheid in de kamer is 10 %.
Hoeveel gram water zal er verdampen als er een pan water in de kamer gebracht wordt ?

Vraagstukken Thermische Fysica

Set 3

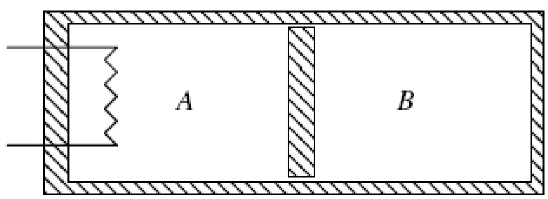
Opgave 1

Een draad in de vorm van een cirkel met oppervlakte 2 cm^2 wordt in een zeepoplossing gedompeld waarvan de oppervlaktespanning 0,07 N/m bedraagt. Bereken de arbeid om quasistatisch en isotherm een zeepbel te vormen met een diameter van 5 cm.

Opgave 2

Een vlottende zuiger kan bewegen in een horizontale cilinder zonder wrijving (zie figuur 1). Aanvankelijk verdeelt de zuiger de cilinder in twee gelijke thermisch geïsoleerde volumes. Initieel is de druk P_0, het volume V_0 en de temperatuur T_0 van het gas in beide delen gelijk. Het gas wordt als ideaal beschouwd met C_V onafhankelijk van T en met γ=1,5. Het gas wordt dan opgewarmd door middel van een elektrische weerstand in het linker gedeelte tot de druk $\frac{27P_0}{8}$ bedraagt. Bereken als functie van V_0 en T_0 :

- volume en temperatuur in het rechter deel
- de eindtemperatuur in het linker deel
- de arbeid verricht op het gas in het rechter deel



Figuur 1: Het systeem beschreven in opgave 2.

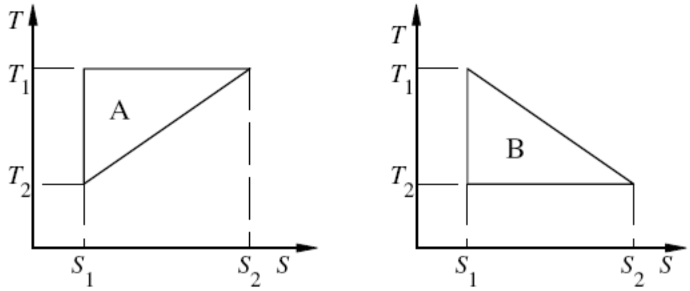
Opgave 3

Een elektrische centrale heeft een rendement van 15%. De centrale levert 150 MW vermogen en gebruikt hiervoor steenkool als brandstof. De verbranding van steenkool, die een warmte vrijgeeft van 32,6 10^6 J/kg, produceert stoom van 190°C voor de turbines. De stoom wordt gecondenseerd door middel van koelbuizen in contact met rivierwater op 20°C.

- Bereken het aantal ton steenkool dat de centrale per dag verbruikt.
- Wat is het minimale rivierdebiet over de koelbuizen opdat de temperatuur vna het water niet boven de 25 °C stijgt ?

Opgave 4

Een machine gebruikt een ideaal diatomisch gas als werkzame stof en opereert volgens volgende cyclus :



Figuur 2: De cycli bij opgave 8.

- startend bij een initiële druk P_1, volume V_1 en temperatuur T_1 expandeert het gas isotherm tot een volume $3V_1$,
- het gas wordt vervolgens isochoor gekoeld tot een druk P_3 zodat,
- na een adiabatische compressie het gas zich in de oorspronkelijke toestand bevindt.

Schets de cyclus in een PV-diagram en

- bereken de druk en temperatuur na elk deelproces als functie van P_1 en T_1,
- bereken het thermisch rendement van de machine op 2 manieren.

Opgave 5

Een ideaal diatomisch gas bevindt zich in een cilinder-zuiger combinatie. De begindruk is 1 atm en het beginvolume 1 l. Het gas wordt verwarmd bij constante druk tot het volume verdubbeld is. Men verwarmt nu verder bij constant volume tot de druk verdubbeld is. Uiteindelijk laat men het gas adiabatisch expanderen tot de temperatuur weer op de beginwaarde komt.

- Schets het proces in een PV-diagram.
- Bereken het eindvolume.

Opgave 6

De ideaal-gascyclus van Joule bestaat opeenvolgend uit een adiabatische compressie, een isobare expansie op een druk P_2, een adiabatische expansie en een isobare compressie op druk P_1. Maak een schets en toon aan dat het thermisch rendement gegeven wordt door

$$\eta = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} . \qquad (1)$$

Opgave 7

Schets een TS-diagram voor volgende reversibele ideaal-gascycli, en duid de warmte-uitwisseling in de deelprocessen aan :

- een Stirlingcyclus,
- een Ottocyclus,

- een dieselcyclus,
- een rechthoek in een PV-diagram,
- een cyclus met een isobaar op de laagste druk een isochoor en een adiabaat.

Opgave 8

Leid de uitdrukking voor het thermisch rendement van een Carnotcyclus rechtstreeks af uit het TS-diagram, en bereken en vergelijk het rendement van cycli A en B (figuur 2).

Vraagstukken Thermische Fysica

Set 4

Opgave 1

Een station op de maan wordt geklimatiseerd door een thermische machine, die werkt volgens een Carnotcyclus. Gedurende de maandag(!) bedraagt de buitentemperatuur 100 °C, en gedurende de maannacht -100 °C. Welk vermogen moet aan de machine toegevoerd worden om een constante temperatuur van 20 °C in het station te houden (a) gedurende de dag, (b) gedurende de nacht. De wanden van het station laten 0,5 kW warmte door per graad temperatuurverschil.

Opgave 2

0,1 mol van een ideaal monoatomisch gas neemt initieel een volume V_i in van 8 m^3, bij een druk van 32 Pa. Het gas ondergaat een proces dat beschreven wordt door een rechte in een PV-diagram tot het een volume van 64 m^3 en een druk van 1 Pa bereikt.

- Bij welk volume is de temperatuur maximaal tijdens dit proces ?
- Toon aan dat begin- en eindpunt van dit proces op een adiabaat liggen.
- Beschouw een proces dat start in V_1 en langs de beschouwde rechte verloopt tot een willekeurig volume V. Schets het verloop van de uitgewisselde warmte Q in functie van V.
- Beschouw de cyclus die gevormd wordt door via de gegeven rechte van 1 naar 2 te gaan, en via de adiabaat terug te keren naar 1. Bereken de netto arbeid verricht tijdens deze cyclus.
- Bereken de efficiëntie van de cyclus.

Opgave 3

Twee identieke systemen met een constante warmtecapaciteit bevinden zich oorspronkelijk op dezelfde temperatuur T_i. Een koelmachine werkt tussen deze twee voorwerpen en koelt één ervan tot een temperatuur T_f. De druk in de twee systemen blijft constant tijdens het koelproces en ze ondergaan geen faseveranderingen. Bepaal de minimale hoeveelheid arbeid die hiervoor geleverd moet worden in termen van C_P, T_i en T_f.

Vraagstukken Thermische Fysica

Set 5

<u>Opgave 1</u>

Toon aan dat

$$\left(\frac{\partial \beta}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial \kappa}{\partial T}\right)_P . \tag{1}$$

<u>Opgave 2</u>

Leid volgende uitdrukking af :

- $$U = F - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -T^2\left(\frac{\partial F/T}{\partial T}\right)_V , \tag{2}$$

- $$C_V = -T\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_V , \tag{3}$$

- $$H = G - T\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = -T^2\left(\frac{\partial G/T}{\partial T}\right)_P , \tag{4}$$

  (Gibbs-Helmholtzvergelijking)

- $$C_P = -T\left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2}\right)_P . \tag{5}$$

<u>Opgave 3</u>

Er bestaat nog een derde TdS-vergelijking :

$$TdS = C_V\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP + C_P\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV. \tag{6}$$

Leid deze af.

<u>Opgave 4</u>

Een gas voldoet binnen een bepaald temperatuurgebied aan de vergelijking

$$P(V-B) = nRT, \tag{7}$$

waarbij B en C_V constant zijn. Toon aan dat

- U enkel afhangt van T,
- C_P ook constant is,
- het gas bij een smoorproces nooit afgekoeld kan worden.

Vraagstukken Thermische Fysica

Set 6

Opgave 1

Toon aan dat het aantal moleculen dat per tijdseenheid en per eenheid van oppervlakte op de wand van een vat botst gelijk is aan

$$\frac{N\overline{v}}{4V}, \tag{1}$$

met $\overline{v}$ de gemiddelde molecuulsnelheid en V het volume van het vat.

Opgave 2

Bewijs de uitdrukkingen (10.19) en bereken de waarde van a en b voor CO_2.

Opgave 3

Een kwikatoom beweegt in een kubische doos met 1m zijde. Zijn kinetische energie is gelijk aan de gemiddelde kinetische energie van een ideaal gas bij 1000 K. Als de kwantumgetallen n_x, n_y en n_z allen gelijk zijn aan n, bereken dan n.

Opgave 4

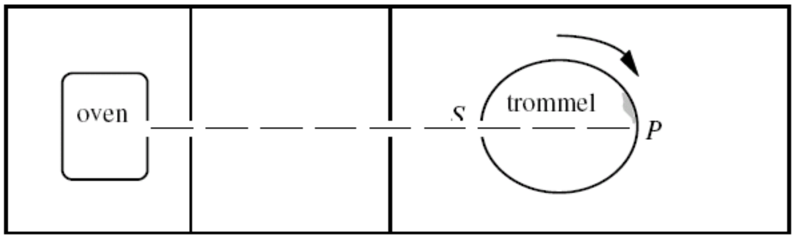
Bereken de verhouding g_i/N_i voor het geval van N atomen van een monoatomisch ideaal gas in evenwicht, met $\varepsilon_i = 3/2kT$, T=300 K, P=10^3 Pa, en m=10^{-26} kg.

Opgave 5

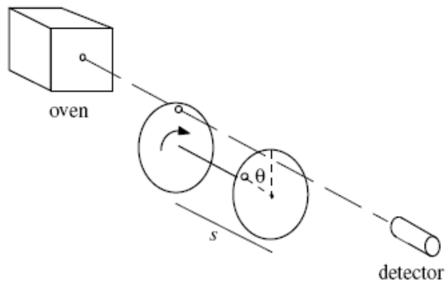
In een experimentele opstelling met roterende trommel (zie figuur - ook soms het apparaat van Zartman en Ko genoemd), ter bepaling van de snelheidsverdeling van atomen wordt in het oventje op 1900 K een straal Bi-atomen geproduceerd. De trommel met diameter 8 cm heeft een hoeksnelheid van 240 omwentelingen/s. Hoeveel cm van het punt P, diametraal tegenover de spleet S, zullen de meeste atomen zich afzetten op de trommelwand ?

Opgave 6

In een experimentele opstelling met roterende collimatoren (zie figuur - ook soms het apparaat van Marcus en McFee genoemd) ter bepaling van de snelheidsverdeling van atomen wordt in het oventje op 2500 K een straal Ag-atomen geproduceerd. De afstand tussen de schijven s bedraagt 10 cm en het hoekverschil θ tussen de twee collimatoren is 45°. Wat is de omwentelingssnelheid van de schijven om het maximale aantal zilveratomen in de detector te meten ?



Figuur 1: Apparaat van Zartman en Ko



Figuur 2: Apparaat van Marcus en McFee

Opgave 7

Bereken de snelheidsverdeling in een elektronengas.

Opgave 8

Voor de meting van de diffusiecoëfficiënt van water wordt een buis gebruikt met een lengte van 1 m en een doorsnede van 25 cm^2. Men meet de hoeveelheid water die in een uur verdampt en vindt hiervoor 3,415 mg. De proef gebeurt bij standaard atmosfeer en 20°C. Bereken de diffusiecoëfficiënt D aannemend dat bovenaan de buis de concentratie nul is en onderaan de lucht verzadigd is met damp.

Opgave 9

Een staaf uit koper met lengte 25 cm en een doorsnede 1 cm^2 heeft aan het ene uiteinde een temperatuur van 100°C en aan het andere een temperatuur van 0°C. Bereken de warmtestroom en de temperatuurgradiënt langs de staaf nadat een stationair regime is ingetreden.

Opgave 10

Bereken het elektronische aandeel van de warmtecapaciteit in koper in de veronderstelling dat er 1/2 elektron per atoom beschouwd kan worden.

Opgave 11

Een cilindrisch vat met hoogte 12 cm en diameter 6 cm is gevuld met vloeibare helium op een temperatuur van 4 K. De verdampingswarmte van helium bij deze temperatuur is 21 kJ/kg. Dit vat is omgeven door wanden op een temperatuur van vloeibare stikstof aan 80 K. De tussenruimte is geëvacueerd. De emissiefactor van de wanden is 0,25. Hoeveel helium zal er in één uur verdampen ?

Oef 1.1

A & C in thermisch evenwicht : $PV - nbP - P''V'' = 0$

B & C " " : $P'V' - P''V'' + \frac{nb'P''V''}{V'} = 0$

isothermen voor A, B & C? VGL voor A & B

Probeer af te zonderen? $P''V'' = PV - nbP$

$P''V'' = P'V' / \left(1 - \frac{nb'}{V'}\right)$ $\mapsto PV - nbP = P'V' / (1 - nb'/V)$ geeft evenwicht tss A & B

Voor isotherme : $\underset{\sim T''}{P''V''} = PV - nbP$, dus $P''V'' = c^{te}$ en $PV - nbP = c^{te}$

zijn voor A en C

C is ideaal gas

A gecorrigeerd voor eigen volume

Voor B: $\frac{P'V'^2}{V' - nb'} = c^{te}$

Oef 1.2 Hoeveelheid kwik bij Patm , 0°C

isochoor tot 10°C

$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\beta}{\kappa} \Rightarrow \Delta P = \frac{\beta}{\kappa} \Delta T = 47,382 \cdot 10^6 \, Pa = 473,8 \, bar$

$P_0 = 1 atm \Rightarrow P_1 = 468,63 \, atm$

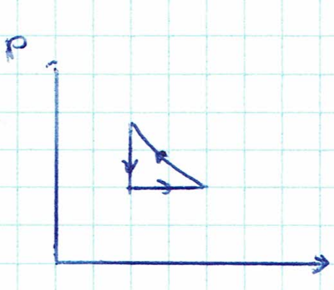
Oef 1.3

ideaal gas $V_0 = 4\,l = 4 \cdot 10^{-3} \, m^3$ $P_0 = 1 atm$ $T_0 = 300 \, K$

$V_1 = 2V_0$ P_1 ($= P_0$)

$V_2 = V_0$ $T_2 = T_1$

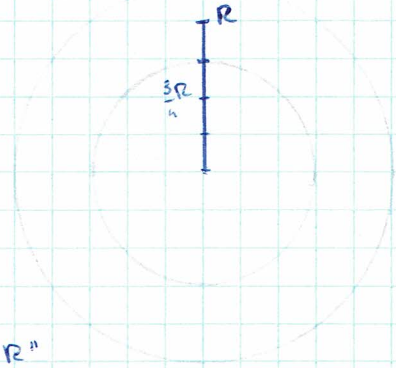
$V_3 = V_2 = V_0$ $P_3 = P_0 = P_1$ $T_2 = T_1 = T_0$



Oef 5

~~Stel 10% uitz => omtrek straal $2\pi R \cdot 1,1$~~

Oef 1.5



Stel ring met binnenrand op $\frac{3R}{4}$ e extraal R

Expansie in alle richting isotroop? Neen 10%

$\Rightarrow$ Omtrek $\rightarrow$ $1{,}1 \cdot 2\pi R$ (door R die vergroot)

$\Rightarrow$ nieuwe $R' = 1{,}1\,R$

afstand tot rand $= \frac{1}{4}R$ vergroot ook tot $\frac{1{,}1}{4}R = R''$

$\Rightarrow$ nieuwe afstand tot binnenrand is $R' - R''$

$$= 1{,}1R - \frac{1{,}1R}{4} = 1{,}1\,(3/4\,R)$$

$\Rightarrow$ alles vergroot samen

Oef 8

$$\left(P + \frac{a n^2}{V^2}\right)\left(\frac{V}{n} - b\right) = RT$$ isotherme compressie voor 0,1 mol van 3 l naar 1 l bij T=300K

w?

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} P\,dV$$

$$P = \frac{RT}{\frac{V}{n} - b} - \frac{a n^2}{V^2} \Rightarrow W = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{a n^2}{V^2} - \frac{RT n}{V - nb}\,dV$$

$$= \Big[nRT\,\ln(V - nb)\Big]_{0{,}003}^{0{,}001} + \left[\frac{a n^2}{V}\right]_{0{,}003}^{0{,}001}$$

$$= 273{,}05\,J$$

Oef 1.9

κ en β i.f.v. ρ en partieel afgeleiden

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow dV = m/\rho$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\rho}{m}\,m\left(\frac{\partial 1/\rho}{\partial \rho}\,\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$$

$$\kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{-\rho}{m}\left(-\frac{1}{\rho^2}\cdot m\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_T$$

Oef 1.10

$$\frac{dV}{V} = \beta\,dT - \kappa\,dP\ ?$$

$$= \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT + \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$$

Oef 1.11

$$W = \kappa V\,(P_f^2 - P_i^2) = \frac{\kappa m}{\rho}\,(P_f^2) = 0{,}4129$$

Oef 1.12

staal $R = 0,5 \cdot 10^{-3}$ m $\quad F = 20N$ over 1,2m $\quad$ bij $T = 293,15K$

Wat is spanning als $T = 281,15K$

3.20 : met $dL = 0$ $\Rightarrow \Delta F \left(\frac{\partial L}{\partial F}\right)_T = -\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_P \Delta T$

$$\Rightarrow \Delta F = \left(-\left(\frac{\partial L}{\partial F}\right)_T\right)^{-1}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_P \Delta T$$

$\alpha = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_F$

$$\Rightarrow \Delta F = -\frac{A}{L} Y \cdot L\alpha\, \Delta T$$

$Y = \frac{L}{A}\left(\frac{\partial F}{\partial L}\right)_T$

$$= -AY\alpha\,\Delta T$$

$A = \pi R^2$ $\quad Y_{staal} = 21,0 \cdot 10^{10}$ Pa

$\alpha_{staal} = 12 \cdot 10^{-6}/°C$

$$\Rightarrow F_f = F_i + 12\, \pi R^2 \alpha Y = 43,75\ N$$

b) wat is de grondtoon v/d snaar bij 20°C en 8°C

$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{FL}{m}}$ $\quad m = \rho V = \pi R^2\, 1,2 \cdot \rho_{staal} = 0,007408$ kg

$f_{20°} = 23,71$ Hz $\quad f_{8°} = 35,08$ Hz

Oef 2.1

$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P$? $\quad dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \frac{dU}{dT} - \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP$$

nu is $dU = dQ + dW = dQ - PdV$ $\quad$ d en ∂

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_P - P\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad \text{want } P = c^{te}$$

$$= C_p - PV\beta$$

Oef 2.2

$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_P$? $\quad dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_P dV + \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_V dP$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_P = \frac{dU}{dV} - \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_V \frac{dP}{dV}$$

$\downarrow$ $dU = dQ - PdV$ en P c^{te}

$$= \left(\frac{dQ}{dV}\right)_P - P$$

$$= \left(\frac{dQ}{dT}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P - P = C_p \frac{1}{\beta V} - P$$

uit eerste

$$\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_V \overset{\uparrow}{=} \frac{dU}{dP} - \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_P \frac{dV}{dP}$$

$$= \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V - 0 = C_V \frac{\kappa}{\beta}$$

Opg 2.3

In kritisch punt κ en β oneindig? Hier ~~zijn~~ is de isotherm~~en~~ horizontaal

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = V\kappa = \infty$$

$$\cancel{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)} \qquad \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -1$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{-\overbrace{(\partial P/\partial T)_V}^{\to \text{nt } 0}}{\underbrace{(\partial P/\partial V)_T}_{\to = 0}} = \infty$$

Nt enkel voor κ maar heel gebied van samen voorkomen

Opg 2.4 $R = 5.10^{-4}$ m $\quad l = 1{,}2$ m $\quad F = 20$ N

quas. isotherm, wat is W om tot $F = 100$ N te verhogen?

$$\cancel{W = \frac{m\kappa}{2e}(P_f^2 - P_i^2)} \qquad W = \int_{L_i}^{L_f} F\,dL \qquad \text{nu is } Y = \frac{L}{A}\left(\frac{\partial F}{\partial L}\right)_T$$

$$W = \int_{L_i}^{L_f} F\left(\frac{\partial L}{\partial F}\right)_T dF = \int_{F_i}^{F_f} F\frac{L}{AY}\,dF = \frac{L}{AY}\left[\frac{F_f^2}{2} - \frac{F_i^2}{2}\right] = \frac{1{,}2\,(100^2 - 20^2)}{\pi R^2 Y} = 0{,}035\,\text{J}$$

Opg 2.5

$$F = KT\left(\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^2}{L^2}\right) \qquad Y \text{ en } \alpha? \qquad L_0 \text{ enkel f}^{ie} \text{ van } T$$

a) $$Y = \frac{L}{A}\left(\frac{\partial F}{\partial L}\right)_T$$

$$= \frac{L}{A}KT\left(\frac{1}{L_0} + 2\frac{L_0^2}{L^3}\right) = \frac{L}{A}KT\left(\frac{L^3 + 2L_0^3}{L_0L^3}\right)$$

Y f^{ie} van L, A, T en L_0

$$Y(L_0) = \frac{KT}{A}\left(\frac{3L_0^3}{L_0^3}\right) = \frac{3KT}{A}$$

b) $$\alpha = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_F \qquad \text{uit opgave} \qquad F = KT\left(\frac{L^3 - L_0^3}{L_0L^2}\right) \Rightarrow L^2FL_0 = KT(L^3 - L_0^3)$$

$$= \frac{1}{L}\left(\frac{\partial T}{\partial L}\right)_F^{-1} \qquad \text{zal nt gaan?}$$

$$T = \frac{F}{K}\left(\frac{L_0L^2}{L^3 - L_0^3}\right)$$

$$= \frac{1}{L}\left(\frac{F}{K}\,\frac{2L_0L(L^3 - L_0^3) - 3L^4L_0}{(L^3 - L_0^3)^2}\right)^{-1} = \frac{K}{FLL_0}\,\frac{(L^3 - L_0^3)^2}{2L^4 - 2LL_0^3 - 3L^4}$$

$$= \frac{K}{FLL_0}\,\frac{(L^3 - L_0^3)^2}{-L^4 - 2LL_0^3} = \frac{K}{FL^2L_0}\,\frac{(L^3 - L_0^3)^2}{-L^3 - 2L_0^3}$$

nu is F vanuit de opgave $KT\left(\frac{L^3 - L_0^3}{L_0L^2}\right)$

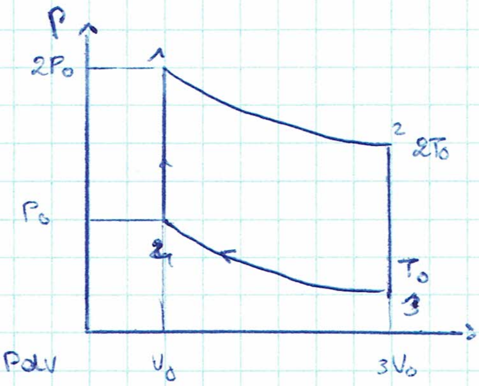
$$\Rightarrow \alpha = \frac{-1}{T}\,\frac{L^3 - L_0^3}{L^3 + 2L_0^3}$$

Opg 2.6

$V = 2 \cdot 10^{-3}\, m^3$ zuurstof $\rightarrow$ diatomisch $P = 1\,atm$ $T = 300\,K$

Opg 2.7

$n = 1$ mol ideaal mono-atomisch



Voor elke deelcyclus & totaal W, ΔQ, ΔU

1 → 2

$$W = -\int_{V_0}^{3V_0} P\,dV = -TnR\ln(3) = -2T_0 R\ln(3)$$

$\Delta U = 0$ want $U(T)$ (of via $dQ = dU + PdV$
$= C_V \underbrace{dT}_{0} + PdV$)

$$\Delta Q = TnR\ln(3) = 2T_0 R\ln(3)$$

2 → 3

$W = 0$

$\Delta Q = C_V \Delta T = -\frac{3}{2} nRT_0$ $\quad \Delta U = -\frac{3}{2} nRT_0$

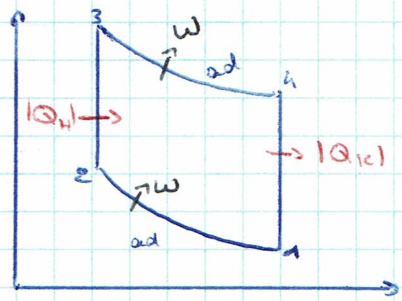
...

Totaal $\quad W = -RT_0 \ln 3$
$\quad Q = RT_0 \ln 3$
$\quad \Delta U = 0$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_K|}{|Q_H|} = \frac{|W|}{|Q_H|} = \frac{1}{2}$$

Opg 2.8

Otto cyclus diatomisch gas



$P_1 = 100\,kPa \quad T_1 = 300\,K$
$P_2 = 1500\,kPa$
$T_3 = 2450\,K$

a) compressieverhouding

$$r_c = \left(\frac{V_1}{V_2}\right) \rightarrow \text{adiabaat} \quad P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$\Rightarrow r_c = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\gamma} = 6,92 \qquad \text{diatomisch} \Rightarrow \gamma = 1,4$$

b) $Q/_{mol}$ voor 4 stappen?

$$Q_{12} = Q_{34} = 0 \qquad Q_{23} = \int_{T_2}^{T_3} C_V\,dT = C_V (T_3 - T_2)$$

$$T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 650\,K$$

$$\Rightarrow Q_{23} = \frac{5}{2} nR\,(1800\,K)$$

$$\Rightarrow \frac{Q_{23}}{mol} = \frac{5}{2} R\, 1800 = 37\,387,72\,J/mol$$

$$\frac{Q_{41}}{mol} = -\frac{5}{2} R (T_4 - T_1) \qquad T_4 \text{ via adia} \quad T_4 V_4^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$$
$$T_4 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_2^{\gamma-1}$$
$$= -17\,843,85\,J/mol \qquad T_4 = T_3 \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma-1} = 1130\,K$$

c) W/mol 0 voor 2 isochoren

$$W = -\int P\,dV = +\Delta T\, C_V = 7281\,J/mol \text{ voor } 1 \to 2$$
$$= -27\,436,2\,J/mol$$

$\Rightarrow W_{net} = -20\ 155,2$ J/mol

d) $\eta = 1 - \frac{1}{2^{\gamma-1}} = 0,5387$

Oef 2.9

dauw als 10°C wat is $v(20°C)$

$v(10°C) = 100\% \Rightarrow P_d(10°C) = P_i(10°C) = 1,20 \cdot 10^3$ Pa

$P_i = n_i \frac{RT}{V} \Rightarrow n_i = \frac{1,20 \cdot 10^3}{283,15} \cdot \frac{V}{R} = \frac{P_i(20°C)}{293,15} \frac{V}{R} \Rightarrow P_i(20°) = 1,20 \cdot 10^3 \frac{293,15}{283,15}$

en $P_d(20°C) = 2,33 \cdot 10^3$ Pa

$\Rightarrow v = 53,3\%$

Oef 2.10

gesloten $\Rightarrow n = c^{te}$ $T = 20°C = c^{te}$ $V = 60\ m^3$ $v = 10\%$

Hoeveel gram water verdampt als je en pan in de kamer brengt

Gaat tot 100% gaan voor evenwicht

$P_d(20°C) = 2,33 \cdot 10^3$ Pa $\Rightarrow P_i = 2,33 \cdot 10^2$ Pa

$\Rightarrow \Delta P_i = 2,097 \cdot 10^3$ Pa $= \Delta n_i \frac{RT}{V} \Rightarrow \Delta n_i = \frac{2,097 \cdot 10^3 \cdot 60}{293,15\ R}$
$= 51,65$ mol

$\Rightarrow m(H_2O) = M \cdot n$
$= 18,0 \cdot 51,65 = 929,68$ g

Oef 3.1

Cirkelvormige draad $A = 2cm^2 = 2 \cdot 10^{-4}\ m^2$ $\gamma = 0,07$ N/m

Arbeid om quasistatisch en isotherm zeepbel met $\varnothing = 5 \cdot 10^{-2}$ m

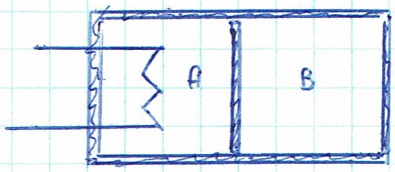
$\Rightarrow A_f = 4\pi(2,5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 \rightarrow$ Binnen Buiten

$A_i = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ m^2$

$W = \int_{A_i}^{A_f} \gamma\, dA = 0,00107$ J

Oef 3.2

2 gelijke delen aanvankelijk
P_0, V_0, T_0



ideaal, $\gamma = 1,5$ C_V T-onafh

$P_{na} = \frac{27}{8} P_0 \rightarrow$ voor beide delen natuurlijk

a) V_B en T_B? $n_A = n_B$ B evolueert adiabatisch!

$\Rightarrow T_0 P_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B P_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_B = T_0 \left(\frac{P_0}{P_B}\right)^{-1/3} = \frac{3}{2} T_0$

$P_0 V_0^\gamma = P_B V_B^\gamma \Rightarrow V_B = V_0 \left(\frac{P_0}{P_B}\right)^{1/\gamma} = \frac{4}{9} V_0$

T_A ? $V_A = 2V_0 - V_B = \frac{14}{9} V_0$

$P_A V_A = n_A R T_A \Rightarrow T_A = \frac{27}{8} \cdot \frac{14}{9} \cdot \frac{P_0 V_0}{n_A R} = \frac{21}{4} \frac{P_0 V_0}{n_A R}$ met $T_0 = \frac{P_0 V_0}{n_A R}$

$T_A = \frac{21}{4} T_0$

c) W opzechten ?

$$W = -\int_{V_0}^{V_B} P \, dV$$

via 5.66 of 5.64 $\rightarrow W = \frac{\left(\frac{27}{8} \cdot \frac{4}{9} - 1\right) P_0 V_0}{1/2} = P_0 V_0$

↓

$W = C_V (T_f - T_i)$ $C_V = c^{te} = \frac{C_p}{\gamma} = \frac{C_V + nR}{\gamma} \Rightarrow C_V = \frac{nR}{(\gamma - 1)} = \frac{P_0 V_0}{T_0 (\gamma - 1)}$

$= \frac{P_0 V_0}{1/2 \, T_0} (1/2 \, T_0)$

Opg 3.3

$\eta = 15\%$ 150 MW steenkool $\rightarrow 32,6 \cdot 10^6$ J/kg T_H 130°C T_K 20°C

a) hoeveel ton steenkool per dag?

$P = \frac{150 \text{ MW}}{0,15} = 1 \text{ GW} = 10^3$ J/s is wat opgewekt wordt totaal

~~W = 1QH1 - 1QK1~~ $\Rightarrow m/_t = \frac{P (J/s)}{32,6 \cdot 10^6 \text{ J/kg}} = 30,6748$ kg/s

$\Rightarrow m/dag = 30,6748 \cdot 3600 \cdot 24$
$= 2\,650,3$ ton/dag

b) wat is minimumdebiet water zodat $T_{f_w} \leq 25°C$

Wat is $|Q_K|/s$? $|Q_H| - |Q_K| = W \Rightarrow |Q_K|/_s = |Q_H|/_s - W/s$
~~$= |Q_H| - 0,15 \cdot |Q_H| = 0,85 \, |Q_H|$~~$/s$

(nu is $0,15 = \frac{|W|}{|Q_H|} \Rightarrow |Q_H| = \frac{|W|}{0,15}$

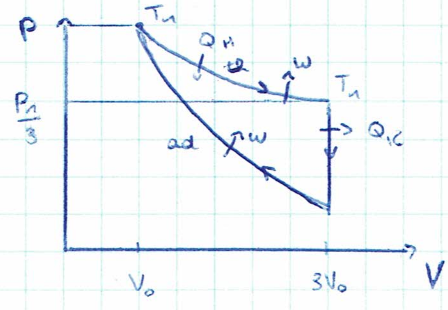
$\Rightarrow |Q_K|/s = |W| \left(\frac{1}{0,15} - 1\right) = \frac{17}{3} |W|/s$)

$\Rightarrow |Q_K|/s = \frac{17}{3} \cdot 150 \cdot 10^6$ J/s $= 850 \cdot 10^6$ J/s (gwn rest v/h vermogen)

nu is $c_{H_2O} = 4186$ J/kgK $\Rightarrow$ debiet $\left(\frac{kg}{s}\right) = \frac{|Q_K|/s \, (J/s)}{c_{H_2O} (J/kgK) \cdot \Delta T (K)} = 40\,612$ kg/s

---

Opg 3.4 ideaal diatomisch



$P_1 V_1 T_1 \rightarrow$ expansie isotherm $3V_1 \; T_1 \; \frac{P_1}{3}$

$\rightarrow$ isochoor gekoeld $3V_1$ $\rightarrow$ adia compr $V_1 \; T_1 \; P_1$

$P_2 = P_1/3$ $T_2 = T_1$

$P_3 V_3^\gamma = P_1 V_1^\gamma \Rightarrow P_3 = P_1 \left(\frac{V_1}{3V_1}\right)^\gamma = P \cdot 3^{-1,4}$

$T_3 V_3^{\gamma - 1} = T_1 V_1^{\gamma - 1} \Rightarrow T_3 = T_1 \, 3^{-0,4}$

η ? $\qquad \eta = \dfrac{|W|}{|Q_H|} \qquad$ of $\quad = 1 - \dfrac{|Q_K|}{|Q_H|}$

$$|Q_K| = C_V (T_1 - T_3) = C_V T_1 (1 - 3^{-0,4}) = \frac{5}{2} nRT_1 (1 - 3^{-0,4})$$

$$|Q_H| = \int P dV = nRT_1 \int_{V_0}^{3V_0} \frac{dV}{V} = nRT_1 \ln 3 \qquad \Rightarrow \eta = 1 - \frac{5}{2}\left(\frac{1 - 3^{-0,4}}{\ln 3}\right)$$

$$dU = dQ - PdV \qquad\qquad = 0,19078$$

$$0 \Rightarrow dQ = PdV \quad \text{bij } T \text{ c}^{te}$$

$$|W| = |C_V \Delta T + nRT \ln(1/3)| = |-nRT_1 \ln(3) + \frac{5}{2} nRT_1 (1 - 3^{-0,4})|$$

$$\eta = \frac{nRT_1}{nRT_1} \frac{|-\ln(3) + 5/2 (1 - 3^{-0,4})|}{\ln(3)}$$

Oef 3.5

ideaal diatomisch $\quad P_1 = 1 \text{atm} \quad V_1 = 1.10^{-3} m^3$

$P_2 = P_1 \qquad V_2 = 2V_1$

$P_3 = 2P_1 \qquad V_3 = V_2$

Da adiabatisch naar T_1

$\dfrac{PV}{T} = c^{te}$ altijd voor ideaal gas

isobaar $\Rightarrow \dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 2T_1$

$\dfrac{P_2}{T_2} = \dfrac{P_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = 4T_1 \qquad$ adiabatisch $\quad T_3 V_3^{\gamma - 1} = T_1 V_4^{\gamma - 1}$

$$4T_1 (2V_1)^{\gamma - 1} = T_1 V_4^{\gamma - 1}$$

$$\Rightarrow V_4^{\gamma - 1} = 2^{\gamma + 1} V_1^{\gamma - 1}$$

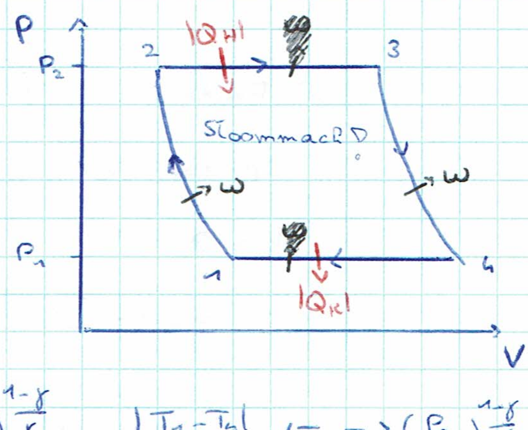
$$= 2^{2,4} V_1$$

$$\Rightarrow V_4 = 2^{\gamma + 1 / \gamma - 1} V_1$$

$$= 64 \ell$$

Oef 3.6

$$\eta = 1 - \frac{|Q_K|}{|Q_H|}$$



$|Q_K| = C_p \Delta T \quad$ & $\quad |Q_H| = C_p \Delta T$

$$T_1 P_1^{1-\gamma/\gamma} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

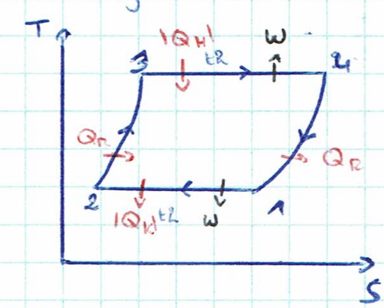
$$T_4 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$(T_1 - T_4) P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = (T_2 - T_3) P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow \frac{(T_1 - T_4)}{(T_2 - T_3)} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow |T_1 - T_4| = (T_3 - T_2)\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

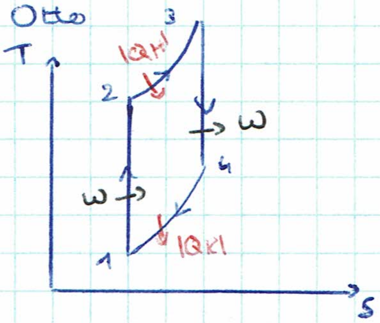
$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_K|}{|Q_H|} = 1 - \frac{|T_1 - T_4|}{|T_3 - T_2|} = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

Oef 3.7

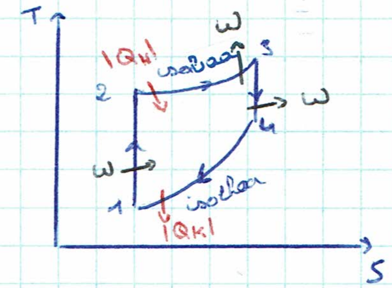
Stirling



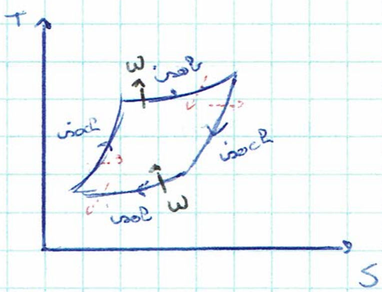
Otto

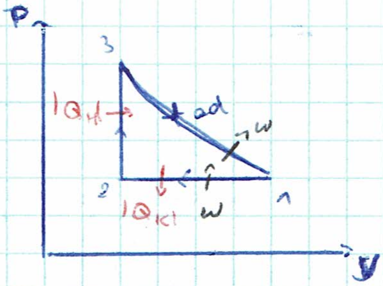


Diesel

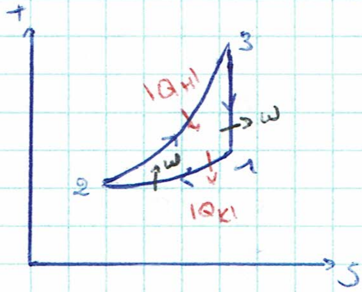


Rechthoek





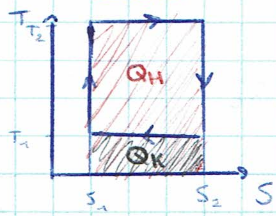
→



Oef 3.8

η_{carnot} direct uit TS-diagram

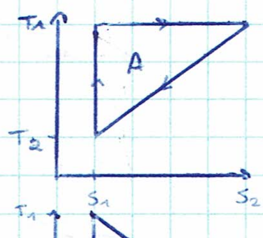
a)

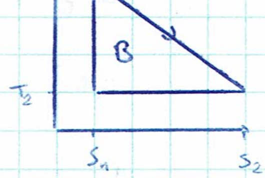


$Q_H = T_2 \cdot \Delta S = T_2(S_2 - S_1)$

$Q_K = T_1(S_1 - S_2)$

$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{|Q_K|}{|Q_H|} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$





b) Rendement van A en B?

Opnieuw via opp

A → $Q_H = T_1 \Delta S$ $\quad Q_K = T_2 \Delta S + \frac{1}{2}(T_1 - T_2)\Delta S$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2 + \frac{1}{2}T_1 - \frac{1}{2}T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_1 + T_2}{2T_1} = \frac{T_1 - T_2}{2T_1}$$

B → $Q_H = T_2 \Delta S + \frac{1}{2}(T_1 - T_2)\Delta S$ $\quad Q_K = T_2 \Delta S$

$$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2 \Delta S}{T_2 \Delta S + \frac{1}{2}(T_1 - T_2)\Delta S} = 1 - \frac{2T_2}{T_2 + T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_2 + T_1}$$

en $2T_1 > T_2 + T_1 \Rightarrow \eta_B > \eta_A$ $\quad T_{K,A} = \frac{(T_1 - T_2)}{(S_2 - S_1)} S + T_2$

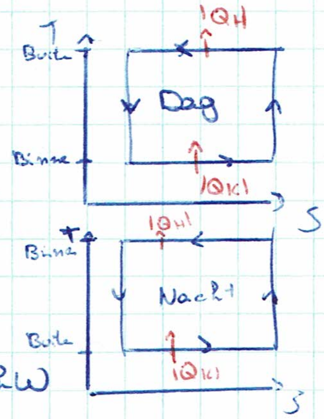
(Zou je ook via integraal kunnen doen: $Q = \int_{S_1}^{S_2} T\,dS = \left[\frac{S^2}{2}\frac{(T_1 - T_2)}{(S_2 - S_1)}\right]_{S_1}^{S_2} + T_2 \Delta S$

$= \frac{\Delta S (T_1 + T_2)}{2} \quad = \frac{\Delta S}{2} T_1 - \frac{\Delta S}{2} T_2 + \frac{T_2 \Delta S}{2} \quad = \frac{(S_2 + S_1)(T_1 - T_2)}{2} + T_2 \Delta S$

Opg 4.1 Carnotcyclus overdag 100°C
nacht −100°C

P aan machine om $T_B = 20°$ te houden

'Verlies' : $\frac{P_V}{°C} = 0{,}5\,kW/°C$



a) overdag : Door wanden : $P_V = 80 \cdot 0{,}5\,kW = 40\,kW$

Dus de Carnotpomp moet $40\,kW = Q_H/s$ afvoeren

$$\omega_{carnot} = \frac{|Q_K|}{|Q_H| - |Q_K|} = \frac{T_K}{T_H - T_K} = \frac{293{,}15\,K}{80\,K} = 3{,}664$$

$$\Rightarrow P_{mach} \cdot \omega = 40\,kW \Rightarrow P_{mach} = \frac{40\,kW}{3{,}664} = 10{,}92\,kW$$

b) 's nachts

$$\omega = \frac{T_K}{T_H - T_K} = \frac{173{,}15\,K}{120\,K} = 1{,}44$$

$$\omega = \frac{|Q_K|}{|W|} \rightarrow W_{nodig} = \frac{|Q_K|}{\omega}$$

$$\Rightarrow \cancel{P_{mach} = \frac{P_{verlies}}{\omega} = \frac{60\,kW}{1{,}44} = 41{,}58}\ kW$$

Bij a) moest je idd Q_K berekenen, hoeveel je uit de basis (K) moest onttrekken?

Nu is $Q_{verlies} = Q_H \rightarrow$ wat je weer moet toevoegen

$$\omega = \frac{|Q_K|}{|Q_H| - |Q_K|} \Rightarrow |Q_H| = \frac{|Q_K|(1+\omega)}{\omega}$$

dus $\frac{|Q_K|}{s}$ moet $\frac{60\,kW \cdot \omega}{(1+\omega)}$ zijn $= 35{,}44\,kW$

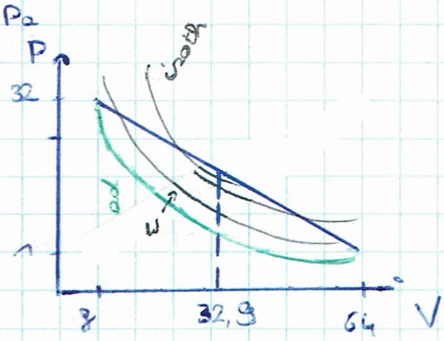
$$\Rightarrow P_{mach}\,(kW/s) = \frac{|Q_K|}{s}\,\omega^{-1} = 24{,}56\,kW$$

Opg 4.2

$n = 0{,}1$ mol ideaal monoatomisch $V_i = 8\,m^3$ $P = 32\,Pa$

rechte in PV diagram tot $V_f = 64\,m^3$ $P = 1\,Pa$

a) Wanneer is T max ?



$PV = nRT$ (1)

$P = aV + b$ $\quad a = \frac{-31}{56}$ $\quad$ & $P(8) = \frac{-31 \cdot 8}{56} + b = 32$

$$\Rightarrow b = 32 + \frac{31}{7} = \frac{255}{7}$$

$$P = -\frac{31}{56}V + \frac{255}{7} \quad (2)$$

$$\Rightarrow T(V) = \frac{1}{nR}\left(-\frac{31}{56}V^2 + \frac{255}{7}V\right)$$

$\Rightarrow T$ maximaal als $\frac{dT}{dV} = 0 \Leftrightarrow 0 = -\frac{31}{28}V + \frac{255}{7} \Rightarrow V = \frac{1020}{31} \simeq 32{,}9\,m^3$

(Je weet dat dit max is door vorm v. isotherme)

$\Rightarrow T_{max} = 721{,}2\,K$

b) i en f op eenzelfde adiabaat?

$$P_i V_i^{\gamma} = P_f V_f^{\gamma}$$

$$32 \cdot 8^{5/3} = 1 \cdot 64^{5/3}$$

$$32 \cdot 2^5 = 1 \cdot 8^5$$

c) Verloop van de gemiddelde uitgewisselde warmte?

$$đQ = dU + PdV$$
$$= C_V dT + PdV \qquad (5.41)$$

$$dT = \left(-\frac{31}{28}V + \frac{255}{7}\right) dV$$

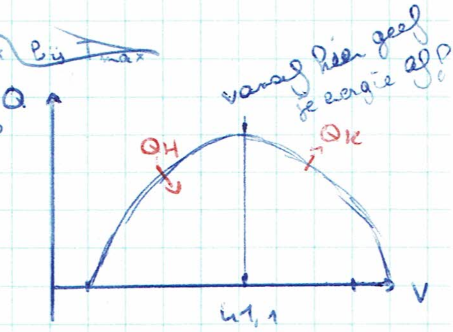
$$\Rightarrow dQ = \frac{C_V}{nR}\left(-\frac{31}{28}V + \frac{255}{7}\right)dV + \left(-\frac{31}{56}V + \frac{255}{7}\right)dV$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dV} = \left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{31}{28}V\right) + \frac{5}{2}\cdot\frac{255}{7} = -\frac{31}{14}V + \frac{1275}{14}$$

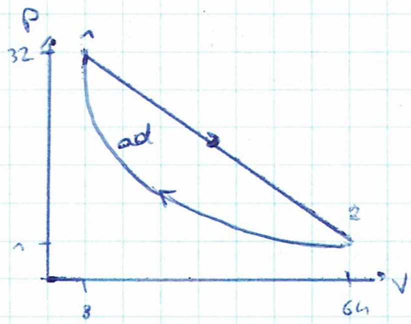
$$\cancel{\Rightarrow Q(V) = -\frac{31}{28}V^2 + \frac{1275}{14}V}$$ ~~→ parabool met max bij T_{max}~~

⇒ Q zal parabool zijn! (hier c^{te} nul zodat $Q(8)=0$)

Max? $\Rightarrow -\frac{31}{14}V + \frac{1275}{14} = 0 \Rightarrow V = \frac{1275}{31} \approx 41,1$



d) W_{netto}?



$$W_{12} = -\int_{V_1}^{V_2} P\,dV$$
$$= -\left[-\frac{31}{112}V^2 + \frac{255}{7}V\right]_8^{64}$$
$$= \frac{31}{112}64^2 - \frac{255}{7}64 - \frac{31}{112}8^2 + \frac{255}{7}8$$
$$= -924 \text{ J}$$

$$W_{21} = \frac{P_1V_1 - P_2V_2}{\gamma - 1} = \frac{32\cdot 8 - 64}{2/3} = 288 \text{ J}$$

$\Rightarrow W_{netto} = -636$ J

e) η? $= \frac{|W|}{|Q_H|}$ $\qquad$ Q_H? Integreer $\frac{dQ}{dV}$!

$$\cancel{Q_H = \int_8^{64} -\frac{31}{14}V + \frac{1275}{14}\,dV = \left[-\frac{31}{28}V^2 + \frac{1275}{14}\right]_8^{64}}$$
$= 636$ J

Dit is voor de volledige cyclus en moet natuurlijk = 0 zijn!

$Q_H > 0$! ⇝ zolang $\frac{dQ_H}{dV} > 0$

$$Q_H = \int_8^{\frac{1275}{31}} -\frac{31}{14}V + \frac{1275}{14}\,dV = \left[-\frac{31}{28}V^2 + \frac{1275}{14}V\right]_8^{\frac{1275}{31}} = 1215,1 \text{ J}$$

$\Rightarrow \eta = 0,523$

Opg 4.3

identieke systemen, $C_p = c^{te}$ T_i voor beide

Koelmachine tussen beide → koelt 1 tot T_f $\quad P = c^{te}$

Minimale W ?

Totale entropieverandering moet 0 ≤

$\cancel{\Delta S_A = \frac{Q}{T}}$

$$\Delta S_a = \int \frac{dQ}{T} = \int_{T_i}^{T_f} C_p \frac{dT}{T} = C_p \ln (T_f / T_i) \qquad (8.12)$$

Systeem B evolueert naar andere temperatuur ? Nt gewoon reservoir zoals (8.55)

$$T_K - T_i = \frac{|Q_H|}{C_p} \qquad T_f - T_i = -\frac{|Q_K|}{C_p}$$

A
↓ $|Q_K|$
↓ $|W| + |Q_K| = |Q_H|$
B

Je introduceert dus gwn T_K ?
En werk dan met energiebehoud

$$\Delta S_B = C_p \ln (T_K / T_i) \Rightarrow \cancel{\Delta S_{tot} = C_p \ln \left(\frac{T_K - T_f}{T_i} \right)} \geq 0$$

$\cancel{\text{nul is } T_K - T_f = \frac{Q_H - Q_K}{C_p} = \frac{W}{C_p}}$

T_K ? $\quad W = |Q_H| - |Q_K|$

$$\Rightarrow \frac{W}{C_p} = T_K + T_f - 2T_i \Rightarrow T_K = -T_f + 2T_i + \frac{W}{C_p}$$

$$\Rightarrow \Delta S_{TOT} = C_p \left\{ \ln \left(\frac{2T_i - T_f + W/C_p}{T_i} \right) + C_p \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) \geq 0 \right.$$

$$\Rightarrow C_p \left(\ln \left(\left(\frac{2T_i - T_f + W/C_p}{T_i} \right) \left(\frac{T_f}{T_i} \right) \right) \right) \geq 0$$

$$\Rightarrow (2T_i - T_f + W/C_p) \left(\frac{T_f}{T_i^2} \right) \geq 1$$

$$\Rightarrow 2T_i - T_f + W/C_p = T_i^2 / T_f \quad \text{voor } W_{min}$$

$$W_{Min} = (T_i^2 / T_f + T_f - 2T_i) C_p = \frac{(T_f - T_i)^2}{T_f} C_p$$

Opg 5.1

$$\left(\frac{\partial \beta}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial \kappa}{\partial T} \right)_p$$

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right) = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right)_T + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \left(-\frac{1}{V^2} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(-\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right)_p = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \right)_p + \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \left(\frac{1}{V^2} \right)$$

en dV is totale differentiaal ⇒ gemengde 2° orde afgeleiden zijn gelijk

Kan je dus nt vroeger vaststellen ? de $\frac{1}{V}$ ~~gemengde~~ brengt problemen

Opg 5.3

3° TdS vgl?

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p dV + \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_V dp$$

$$\cancel{\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_p = \overbrace{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p}^{C_p/T}\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_V = \underbrace{\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V}_{C_V/T}\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V$$

$$TdS = C_p\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p dV + C_V\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_V dp$$

Opg 5.4

$P(V-B) = nRT$ $\quad$ B en C_V cte

a) gebruik de energievgl

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P = 0 \Rightarrow V\text{-onafh}$$

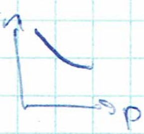
$$\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - P\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = -T\frac{nR}{P} + P\frac{nRT}{P^2} = 0$$

Dus U enkel afh v. T

b) Via vgl voor warmtecapaciteit

$$C_p = C_V + T\frac{nR}{P}\left(\frac{nR}{(V-B)}\right) = C_V + nR \cdot 1 \Rightarrow \text{Net zoals voor ideaal gas.}$$

c) Bij smoorproces nooit afkoeling? Dus onafh v. P_i mag T_f nooit lager kunnen zijn dan T_i. P_f ka in



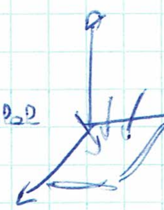
enkel links van P_i liggen (altijd drukval)

$\Rightarrow \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$ moet steeds ≤ 0 zodat, wat je ook als P_i neemt, T_f altijd $\geq T_i$

nu via (8.70) $\mu = \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V\right] = \frac{-B}{C_p} \leq 0$

Opg 6.1

aantal moleculen / $_{tA}$ op wand van vat $= \frac{N\bar{v}}{4V}$?



In een tijd t vallen gemiddeld $\frac{\bar{v}}{2} \cdot A \cdot \frac{N}{V}$ in op het xy-vlak

(10.3)(10.4) → $dN_{inv,v,\theta,\varphi} = dN_{v,\theta,\varphi} \cdot \frac{dV}{V} = dN_{v,\theta,\varphi}\, v\, dt\, dA \cos\theta$

$$\frac{dN_{inv,v,\theta,\varphi}}{dt\, dA} = \frac{dN_v}{4\pi V} \sin\theta \cos\theta\, d\theta\, d\varphi \cdot v.$$

$u = 2\theta \qquad du = 2d\theta$

$$\frac{dN_{inv}}{dt\, dA} = \frac{dN_v}{4\pi V} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin(2\theta)\, d\theta \cdot v$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{v\, dN_v}{4\pi V} \cdot 4\pi = \frac{v\, dN_v}{4V}$$ → integr. over alle snelheden

$$\frac{1}{4V} \int_0^{+\infty} v\, dN_v = \frac{N\bar{v}}{4V} \quad \text{met } \bar{v} = \frac{1}{N} \int_0^{+\infty} v\, dN_v$$

Opg 6.2 Bewijs ro. 19

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_K = \frac{-RT}{(v_K-b)^2} + \frac{2a}{v_K^3} = 0 \Rightarrow RT_K v_K^3 = 2a(v_K-b)^2$$

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2}\right)_K = \frac{2RT}{(v_K-b)^3} - \frac{6a}{v_K^4} = 0 \Rightarrow RT_K v_K^4 = 3a(v_K-b)^3$$

$$v_K = \frac{3}{2}(v_K-b) \Rightarrow \underline{v_K = 3b}$$

$$\Rightarrow RT_K 27b^3 = 2a\,4b^2$$

$$\frac{27}{8}RT_K b = a \Rightarrow T_K = \frac{8a}{27Rb}$$

$$\Rightarrow P_K = \frac{RT}{2b} - \frac{a}{9b^2}$$

Nu in VDW: $P_K = \frac{R \cdot 8a}{(v-b)27Rb} - \frac{a}{(3b)^2} = \frac{8a}{2b^2 27} - \frac{a}{9b^2} = \frac{4-3a}{27b^2} = \frac{a}{27b^2}$

$T_K(CO_2) = 304.2\,K \quad P_K = 73.84 \cdot 10^2\,Pa$

$\Rightarrow \ldots$

Oef 6.3 Kubisch 1m $\langle \varepsilon_{ki} \rangle = \frac{3}{2} kT$ met $T = 1000°K$

kwik: $m_{Hg} = 200,59 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} kg$ $n_x = n_y = n_z = n$

11.8 $\varepsilon = \frac{3}{2} kT = \frac{h^2}{8mL^2} \cdot 3n^2$

$\Rightarrow n = \sqrt{\frac{4kT\,mL^2}{h^2}} = \frac{2 \cdot 1}{h}\sqrt{kTm} = 2,05 \cdot 10^{11}$

$200,59 = M =$ atoommassa in m_u $\Rightarrow m_{atoom} = M \cdot m_u$

Oef 6.4

g_i / N_i voor N atome voor monoat. id gas in ev. $\varepsilon_i = \frac{3}{2} kT$

$T = 300 K$ $p = 10^3$ Pa $m = 10^{-26}$ kg

(11.58): $\frac{g_i}{N_i} = \frac{Z}{N} e^{\varepsilon_i / kT}$ met $Z = V\left(\frac{2\pi m k T}{h^2}\right)^{3/2}$

en $v = \frac{V}{N} = \frac{kT}{p}$ want $nR = Nk$

$\Rightarrow \frac{g_i}{N_i} = \frac{V}{N}\left(\frac{2\pi m k T}{h^2}\right)^{3/2} e^{3/2}$

$= \frac{(kT)^{5/2}}{p}\left(\frac{2\pi m}{h^2}\right)^{3/2} e^{3/2} = (1,381 \cdot 10^{-23} \cdot 300)^{5/2} \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{2\pi\, 10^{-26}}{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}\right)^{3/2} e^{3/2}$

$k = 1,381 \cdot 10^{-23}$
$T = 300$
$P = 1000$
$m = 10^{-26}$
$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$

$= 846\ 171 \cdot 10^{5/2}$

$= 2,68 \cdot 10^{8}$

Oef 6.5 $T = 1900 K$ straal Bi-atomen $d = 8 cm$
$\nu = 240$ Hz

$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

$m = 208,98$ amu
$u = 1,660 \cdot 10^{-27} kg$

Hoe ver van punt p heb je meeste atomen?

Uit v_p ken je de tijd t halen en dan uit hoekfreq

$v_p = 388,9$ m/s $\Rightarrow t = \frac{d}{v_p} = \frac{8 \cdot 10^{-2} m}{388,9 m/s} = 0,206 \cdot 10^{-3} s$

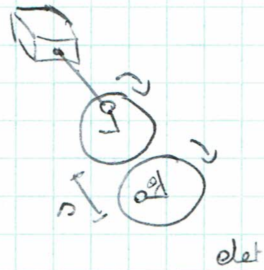
$\omega = 2\pi\nu$ (rad/s) $= 1508$ rad/s

$\Rightarrow$ hoek (rad) $= \omega t = 0,31$ rad

$\Rightarrow$ afstand = cirkelboog = hoek $\cdot\, r = 0,31 \cdot 4 \cdot 10^{-2}$
$= 12,4 \cdot 10^{-3}$ m

Opg 6.6 $T = 2500\,K$ Ag $s = 10.10^{-2}\,m$ $\theta = 45°$

omw snelheid voor max Ag?



Maximaal aantal ⇒ de schijven moeten net snel genoeg roteren zodat de deeltjes met v_p (hierbij het meest) net door de openingen kunnen

Ag → 107,87 u , h en u c^{te}

$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{m}} = 621\,m/s$

$\Rightarrow \Delta t = \frac{s}{v_p} = 0{,}161\,ms$ en $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{45°}{0{,}161 . 10^{-3}\,s} = 4877\,\frac{rad}{s}$

$\Rightarrow \nu = 776\,Hz$

Opg 6.7

dN_v? Voor e^- gas is $N_\varepsilon = \frac{g_\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/RT}+1}$

$$N_\varepsilon = 4\pi V \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} \frac{\varepsilon^{1/2}}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/RT}+1}$$

$$\cancel{\frac{dN_\varepsilon}{d\varepsilon} = 4\pi V\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} \frac{\frac{1}{2}\varepsilon^{-1/2}\left(e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/RT}+1\right) - \left(\frac{1}{RT}e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/RT}\,\varepsilon^{1/2}\right)}{(\exp\ldots+1)^2}}$$

$\cancel{\varepsilon = \frac{1}{2}mv^2 \quad d\varepsilon = mv\,dv}$

$\cancel{\Rightarrow dN_v}$

$$\Rightarrow dN_\varepsilon = N\,d\varepsilon = 4\pi V\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} \frac{\varepsilon^{1/2}}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/RT}+1}$$

$d\varepsilon = mv\,dv$

$$dN_v = 4\pi V\left(\frac{2m}{h^2}\right)^{3/2} \frac{\left(\frac{1}{2}mv^2\right)^{1/2} mv}{\exp\left(\left(\frac{1}{2}mv^2-\varepsilon_F\right)/RT\right)+1}\,dv$$

$$= \frac{4\pi}{2} \frac{V(2m)^2\,m\,.\,v^2}{h^3} \frac{1}{\exp\left(\left(\frac{1}{2}mv^2-\varepsilon_F\right)/RT\right)+1}\,dv$$

$$= \frac{8\pi\, m^3 V}{h^3} \frac{v^2}{\exp\left(\left(\frac{1}{2}mv^2-\varepsilon_F\right)/RT\right)+1}\,dv$$

Opg 6.8 $l = 1\,m$ $A = 25\,cm^2$ 3,415 mg verdampt in 1u
$P = 1\,atm$ $T = 293{,}15°\,K$ Bovenaan buis $C = 0$ en onderaan verzadigde lucht

$J_{el} = D\,\frac{n_0 - n}{L}$ ~~dn/dz~~

$n_L = 0$ n? Verzadiging ⇒ $P_i(w) = P_d(w) = 2{,}33 . 10^3\,Pa$

Nu uit ideale gaswet $\frac{N}{V} = \frac{PN_A}{RT} = n_0 = 9{,}56 . 10^{-1}\,mol/m^3$
$= 5{,}76 . 10^{23}$ deeltjes$/m^3$

$$J_d = \frac{N}{A \cdot t} = \frac{N_A \cdot m / M(H_2O)}{A \cdot t} = 1{,}267 \cdot 10^{13} \frac{\text{deeltjes}}{m^2 s}$$

$$\Rightarrow D = \frac{j_d \cdot L}{n_0 - n_L} = 2{,}20 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$ vgl met cursus $2{,}4 \cdot 10^{-5}$

Oef 6.9 Koper $l = 0{,}25 m$ $A = 1 \cdot 10^{-4} m$ Stationair

$T_1 = 100°C = 373{,}15 K$ $T_0 = 273{,}15 K$

warmtestroom $= \Phi = \frac{dQ}{dt} = \lambda A \frac{T_1 - T_0}{L}$ $\lambda_{Cu} = 392 \; J/ms°C$

$= 15{,}88 \; J/s$

temperatuurgradiënt $\frac{dT}{dx} = \frac{T_0 - T_1}{L} = -400 K/m$ en is overal gelijk want stationair

$$\boxed{\text{Als de warmtestroom positief is, is de temperatuurgradiënt negatief.}}$$

Oef 6.10

p 170

elektronisch aandeel ~~ve~~ in de warmtecap. in koper als je veronderstelt $1/2 \; e^-/$atoom

$63{,}546 \, g/mol = 63{,}546 \cdot 10^{-3} kg/mol$

$c_e = 41 \frac{J}{mol.K} \cdot \frac{T}{\Theta}$ $\Theta = \frac{\varepsilon_F}{k}$ $\rho_{Cu} = 8{,}96 \cdot 10^3 \, kg/m^3$

$\varepsilon_F = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3}$ nu is $\frac{N}{V} = \frac{N_a \, n}{V} = \frac{N_a \rho_{Cu}}{M(kg/mol)} = 4{,}24 \cdot 10^{28} \, m^{-3}$

Nu is er $1/2 \; e^- /$atoom $\Rightarrow$ vrije e^- → dichtheid is de helft vd atoomdichtheid

$$\Rightarrow \varepsilon_F = \frac{(6{,}6 \cdot 10^{-34} Js)^2}{8 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} kg}\left(\frac{3 \cdot 4{,}24 \cdot 10^{28}}{2\pi}\right)^{2/3} = 7{,}06 \cdot 10^{-19}$$

$$\Rightarrow \Theta = \frac{\varepsilon_F}{k} = 51\,133 \; K$$

$$\Rightarrow c_e = 41 \cdot \frac{T}{\Theta} = 0{,}233 \; J/mol \, K$$

T is 20°C voor $\rho(20°)$

$$c_{Cu} = 385 \frac{J}{kg K} = 385 M\left(\frac{kg}{mol}\right)\frac{J}{kg K} = 24{,}47 \frac{J}{mol K}$$

$$\Rightarrow \frac{c_e}{c_{Cu}} = 0{,}0095 = 0{,}95\%$$

Oef 6.11 $R = 12 \cdot 10^{-2} m$ $d = 6 \cdot 10^{-2} m$ vloeibaar He 4K

verdampingswarmte 21 kJ/kg

wand 80 K tussenruimte leeg, emissiefactor wand is 0,25

Hoeveel He verdampt in 1u

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} = A \cdot \sigma \, (T_1^4 \cdot \varepsilon_1 - \varepsilon_2 T_2^4)$$

$$= 2{,}83 \cdot 10^{-2} m^2 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \left(80^4 \cdot \frac{1}{4} - 4^4\right) = 1{,}64 \cdot 10^{-2} \; J/s$$

$\Rightarrow Q(1u) = 5{,}31 \cdot 10^5$

$Q_{verd} = 21 kJ/kg \Rightarrow m = 2{,}814 g$

De oefeningen die er niet tussezitten vond ik wss te makkelijk om op te schrijven, dus geen zorgen

Veel liefs xx