Examen calculus juni 2018

1 Duid het juiste antwoord aan.

(9 punten, 1 punt per vraag)

1. Stel $f(x) = arccotg(2x)$ voor alle $x \in \mathbb{R}$, en $def(g) = \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$, dan is de maximaledefinitieverzameling van $g \circ f$ gelijk aan:

   (a) $[0, +\infty]$
   (b) $\mathbb{R}$
   (c) $[-\pi, \pi]$

2. De oplossing van de vergelijking $(\log_{x-1}(5))^{-1} + \log_5(x+1) = \log_5(120) - 1$ is:

   (a) $x = 5$
   (b) $x = -5$ en $x = 5$
   (c) geen oplossing

3. Stel $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$, dan is $f(x) + f(y)$ gelijk aan:

   (a) $f(x+y)$
   (b) $f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$
   (c) $f\left(\frac{1+x+y+xy}{1-x-y+xy}\right)$

4. Gegeven is de verzameling $M = [-1, 1]$. Welke verzameling is geen open verzameling binnen de metrische ruimte $(M, d_{|.|})$?

   (a) $[-1, 1]$
   (b) $]-1, 1]$
   (c) $]-1, 0]$

5. Stel $\lim_{x \underset{<}{\to} a} f(x) = b$ en $\lim_{x \to b} g(x) = c$, dan is $\lim_{x \underset{<}{\to} a} (g \circ f)(x)$ gelijk aan:

   (a) altijd c
   (b) enkel c als $b < a$
   (c) onbepaald

6. De afgeleide van $argth(\sqrt{2x+1})$ is:

   (a) $\frac{\sqrt{2x+1}}{1-x^2}$
   (b) $\frac{2}{(1-x^2)\sqrt{2x+1}}$
   (c) $-\frac{1}{2x\sqrt{2x+1}}$

7. De substitutie $u = x^6 + 3x^2 + 6$ toepassen op $\int \frac{x^5+x}{x^6+3x^2+6}dx$ levert:

   (a) $\int \frac{6du}{u}$
   (b) $\int \frac{du}{6u}$
   (c) $\int \frac{du}{u}$

8. Als a een geïsoleerd punt is van het definitiegebied van een functie f, wat is dan de meest correcte uitspraak over het gedrag van f in het punt a? De functie f heeft in a...

   (a) ... nooit een lokaal extremum
   (b) ... soms een lokaal extremum
   (c) ... altijd een lokaal extremum

9. De correcte splitsing in partieelbreuken van de breuk $\frac{16}{(x+2)^2(x^2+4)}$ is:

   (a) $\frac{1}{x+2} + \frac{2}{(x+2)^2} - \frac{x}{x^2+4}$
   (b) $\frac{2}{x+2} + \frac{x}{(x+2)^2} + \frac{1}{x^2+4}$
   (c) $\frac{2}{x+2} - \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{x^2-4}{x^2+4}$

2 Koppel de juiste functie aan de juiste 1e orde afgeleide

(maximum: 3 punten, minimum: 0; -1 per foutief of blanco antwoord)

3 Middelwaardestelling

(2 punten, 1 per deelvraag)

1. Geef de meetkundige betekenis van deze stelling. (grafiek gegeven om op te tekenen)
2. Stel dat g een functie is die overal gedefinieerd is in $\mathbb{R}$ en overal afleidbaar is in $\mathbb{R}$. Bepaal zo'n x_0 voor de functie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \mapsto \frac{g(x)+g(-x)}{2}$ en het interval $[-3, 3]$.
   Tip: Herken je de relatie tussen de functies f en g uit de theorieles? Indien niet, onderzoek dan eerst de eigenschappen van de functie f.

4 Stel dat f een <u>even</u> functie is die overal gedefinieerd is in $\mathbb{R}$. Definieer dan F als volgt:

$$F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; x \mapsto \int_{-cos(x)}^{cos(x)} f(t)dt \tag{1}$$

Toon aan dat F afleidbaar is en bepaal de afgeleide.
(2 punten)

5 Gegeven de functie

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met waarde in x gegeven door

$$f(x) = arcsin\left(ln\left(\frac{x}{e}\right)\right) \tag{2}$$

1. Bepaal de maximale definitieverzameling van f.
2. Bepaal alle nulpunten van f.
3. Bepaal de afgeleide functie van f.

(5 punten)

6 Gegeven de functie

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ met waarde in x gegeven door

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x + 4 + e^x}{9x^2 + 4e^x}} \tag{3}$$

1. Doe een volledig limietonderzoek van f.
2. Bepaal alle asymptoten van f.

(6 punten)

7 Bereken

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x)}{(\sin(x))^2} dx \tag{4}$$

8 Gegeven de reeks

$$\sum arccotg\left(\frac{2\pi n^2}{n!}\right)\left(\frac{e^n + 3n}{\ln(n) + 4e^n}\right)^n \tag{5}$$

Is deze reeks absoluut convergent? Is deze reeks convergent? Verklaar jouw antwoord.
(5 punten)

9 Bepaal het voorschrift van de functie f zodat:

- de grafiek van f is een derdegraadskromme;
- f is een oneven functie;
- f heeft een nulpunt in 2;
- de oppervlakte van het gebied tussen de grafiek en de X-as tussen 0 en 2 is gelijk aan 20 en het gebied ligt boven de X-as.

(3 punten)