EXAMEN ANALYSE I

VRIJDAG 17 JANUARI 2020

EERSTE BACHELOR WISKUNDE EN FYSICA

Het examen duurt 4 uur. De vragen moeten apart ingediend worden, beantwoord de vragen dus op **aparte** bladen. Schrijf duidelijk en noteer op elk blad je naam. Veel succes!

OEFENINGEN

Opgave 1. (5 punten) Beschouw een functie $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, van de klasse C^2 over $]0,1[$. Veronderstel dat het lijnstuk dat de punten $(0, f(0))$ en $(1, f(1))$ verbindt, de grafiek van f in een punt $(a, f(a))$ snijdt, met $0 < a < 1$. Toon aan dat er een $x_0 \in [0,1]$ bestaat, waarvoor $f''(x_0) = 0$.

Opgave 2. (5 punten) Bereken de primitieve:

$$\int \frac{\ln(\tan(x))}{\sin^2(2x)}\, dx.$$

Opgave 3. (5 punten) Beschouw de volgende complexe reeks:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^p(n)}$$

Bespreek en bewijs het convergentiegedrag van de reeks, voor alle waarden voor $p \in \mathbb{R}$.

Opgave 4. (5 punten) Bekijk de rij van *driehoeksgetallen*: $d_1 = 1$, $d_n = d_{n-1} + n$, $n > 1$.

a) Bepaal de convergentiestraal van $\sum_{n=1}^{+\infty} d_n x^n$ en onderzoek de convergentie in de eindpunten van het convergentie-interval.

b) Bepaal de reekssom als functie van x over het convergentie-interval. (*er mag dus geen sommatieteken voorkomen in je uitdrukking.*)

c) Bereken

$$\frac{1 \cdot 2}{2^2} + \frac{2 \cdot 3}{2^3} + \frac{3 \cdot 4}{2^4} + \frac{4 \cdot 5}{2^5} + \cdots .$$