
Inhaalexamen projectieve meetkunde

29 januari 2021

n.v.d.r.: Dit examen was voorzien om opgelost te worden op 3 uur tijd. Het examen was volledig gesloten boek. Mijn excuses voor eventuele onvolledigheden of fouten in de vragen.

Deel 1: Projectieve meetkunde

- Geef en bewijs de stelling van pappus
- Zij β een hermitische polariteit met corresponderend veldautomorfisme θ . Bewijs dat $M = \{x \in \mathbb{F} \mid x^\theta + x = 0\}$ niet gelijk is aan het veld \mathbb{F} zelf. Bewijs dat de verzameling der absolute punten in de volgende vorm gebracht kan worden. $(0, 0, 1) \cup (1, y, y^{\theta+1}) + ck$ met $c \in \mathbb{F} \setminus M$ en $k \in M$.

Deel 2: Projectieve vlakken

- Definieer een affien vlak.
- Coordinatiseer de rechten van een projectief vlak.
- Kan een projectief vlak isomorf zijn met een affien vlak?
- Bewijs dat in een projectief vlak een automorfisme dat een gegeven punt rechtegewijs fixeert en twee andere rechten fixeert de identiteit is. Geldt dit in een affien vlak?
- Bewijs dat voor een translatievlak, met translatietechte U , de translatiegroep T abels is.

Deel 3: Oefeningen

Oefening 1

Gegeven een verzameling der kegelsneden $\lambda X + \mu XY + \mu YZ$, met $\lambda, \mu \in \mathbb{F}_q$ en $(\lambda, \mu) \neq (0, 0)$

- Hoeveel kegelsneden telt deze verzameling? Welke zijn reducibel?
- Beschouw nu enkel de irreducibele kegelsneden. Welke punten liggen op elk van deze kegelsneden?
- Beschouw het punt $(1, 0, 0)$. Welke punten van de kegelsneden kunnen de raakpunten zijn van raaklijnen door dit punt? Wat is de meetkundige plaats van deze punten?

Oefening 2

De ruimte $PG(3, q)$. Tel het aantal rechten dat:

- Disjunct is met een gegeven rechte.
- Disjunct is met twee gegeven disjunctive rechten.
- Drie gegeven disjuncte rechten snijdt.