Mijn voorbeeld LaTeX Document

Sven Breunig

14 November 2004

Oefeningen.

1 Deel 1

1.1 SubTest 1

2 Deel 2

2.0.1 3. Interval-data.

Deze soorten veranderlijken bezitten geen absoluut nulpunt. Als voorbeeld kunnen we nemen de temperatuur. Deze kan bvb. de waarden 20^0C of 40^0C aannemen. Men mag echter niet zeggen dat de tweede temperatuur dubbel zo groot is als de eerste.

Toegelaten wiskundige bewerkingen:

- Som en Verschil : $A = B + c^{st}$ of $A = B - c^{st}$
- Vermenigvuldiging (voor interne berekeningen.o.a. omzetting) : A x B

Voorbeelden voor interval-data zijn

- Temperaturen in graden Celsius of Fahrenheit.
- Hoogtes boven zeeniveau.

TABEL 1. *DO-Waarden voor 50 meren.*

Nr.meer	*DO*	*Nr.meer*	*DO*
1	5.1	26	4.9
2	5.6	27	4.9
3	5.3	28	5.7
4	5.7	29	5.4
25	5.7	50	4.7

De cumulatieve frequenties voor de klassen in Tabel 4. kunnen dan geschreven worden in Tabel 5.

Klasse	*Interval*	*Middelpunt*	*Frequentie*	*Cummulatieve frequentie*	*Cummulatieve relatieve frequentie*
1	3.95 - 4.45	4.20	3	3	0.06
2	4.45 - 4.95	4.70	6	9	0.18
3	4.95 - 5.45	5.20	10	19	0.38
4	5.45 - 5.95	5.70	20	39	0.78
5	5.95 - 5.45	6.20	7	46	0.92
6	5.45 - 5.95	6.70	4	50	1.00

We zeggen dat twee gebeurtenissen $A \subset \Omega$ en $B \subset \Omega$ mekaar wederzijds uitsluiten, zodat ze geen gemeenschappelijke elementen bezitten (**onafhankelijk zijn, onderling exclusief**) als $A \cap B = \emptyset$. Voor deze twee mekaar uitsluitende gebeurtenissen geldt:

$$P\{A \cup B\} = P\{A\} + P\{B\}$$

2.0.2 Voorbeeld:

Bij het werpen van een onvervalst dobbelsteen is de waarschijnlijkheid dat de uitkomst kleiner is dan of gelijk aan 2 of groter is dan 5, dan bevatten deze gebeurtenissen geen gemeenschappelijke elementen. Noemen we x de uitslag van het werpen van een dobbelsteen dan kunnen we schrijven: $A = \{1, 2\}$ en $B = \{6\}$. A en B bevatten geen gemeenschappelijke elementen en zijn dus onafhankelijk, zodat :

$$\begin{aligned} P\{A \cup B\} &= P\{x = 1\} + P\{x = 2\} + P\{x = 6\} \\ &= P\{1\} + P\{2\} + P\{6\} \\ &= \frac{3}{6} = 0.5 \end{aligned}$$

2.1 Vereenvoudigde Formule voor de Variantie

$$\begin{aligned}
Var[X] &= \sum_{\forall x}(x-\mu_X)^2 f_X(x) \\
&= \sum_{\forall x}(x^2 - 2x\mu_X + \mu_X^2) f_X(x) \\
&= \sum_{\forall x} x^2 f_X(x) - 2\mu_X \sum_{\forall x} x f_X(x) + \mu_X^2 \sum_{\forall x} f_X(x) \\
&= \sum_{\forall x} x^2 f_X(x) - 2\mu_X.\mu_X + \mu_X^2
\end{aligned}$$

of

$$Var[X] = \sum_{\forall x} x^2 f_X(x) - \mu_X^2$$

2.2 *Eigenschappen van de binomiale toevalsveranderlijke.*

De probabiliteitsfunctie van de binomiale toevalsveranderlijke X is:

$$f_X(x) = \begin{pmatrix} n \\ x \end{pmatrix} p^x q^{n-x} = \begin{pmatrix} n \\ x \end{pmatrix} p^x (1-p)^{n-x}$$

Berekening van de Verwachtingswaarde

$$\begin{aligned}
E[X] &= \sum_{x=0}^{n} \begin{pmatrix} n \\ x \end{pmatrix} p^x q^{n-x} && (1) \\
&= \sum_{x=0}^{n} \frac{xn!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x} && (2) \\
&= np \sum_{x=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{(x-1)!(n-x)!} p^{x-1} q^{n-x} && (3) \\
&= np \sum_{x-1=0}^{n-1} \begin{pmatrix} (n-1) \\ (x-1) \end{pmatrix} p^{x-1} q^{n-x} && (4) \\
&= np && (5)
\end{aligned}$$

2.3 Gezamelijke Distributie van Twee Toevalsveranderlijken

1. Beschouwen we twee continue toevalsveranderlijken X en Y dan is de *"gezamelijke" distributiefunctie, "cumulatieve" distributiefunctie* van X en Y :

$$F_{X,Y}(x,y) = P\{(X \leq x) \cap (Y \leq y)\} \tag{6}$$

2. De gezamelijke waarschijnlijkheidsdichtheid van de twee toevalsveranderlijken X en Y is dan:

$$F_{X,Y}(x,y) = \frac{\partial^2 F_{X,Y}(x,y)}{\partial x \partial y} \tag{7}$$

3. Hieruit volgt dat :

$$F_{X,Y}(x,y) = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f_{X,Y}(x,y) dx dy \tag{8}$$

4. Voor $(X \Rightarrow -\infty) \cap (Y \Rightarrow -\infty)$ geldt dat $F_{X,Y}(x,y) \Rightarrow 0$.

5. Voor $(X \Rightarrow \infty) \cap (Y \Rightarrow \infty)$ geldt dat $F_{X,Y}(x,y) \Rightarrow 1$.

6. Uit de definitie van de cumulatieve distributiefunctie volgt ook dat:

$$P\{(x_1 \leq X \leq x_2) \cap (y_1 \leq Y \leq y_2) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f_{X,Y}(x,y) dx dy \tag{9}$$