

---

# Examen Complexe Analyse

## Eerste zit 2023-2024

---

12 januari 2024

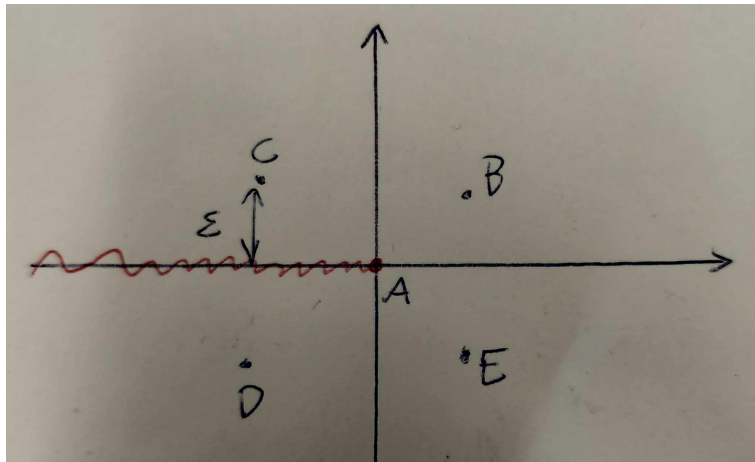
### 1 Opgave 1

Doe de drie functies het volgende:

Zet het in de vorm  $f(z) = re^{i\theta}$ . We werken in de principal branch waarbij de branchcut dus op de negatieve x-as ligt.

Teken voor elke functie de branchcut en vier punten rond het nulpunt van de functie zoals in het voorbeeld.

Bereken de fase van de functie in elk van die vier punten.



Figuur 1: voorbeeld:  $f(z) = z^{\frac{1}{2}}$ , laat  $\epsilon$  naar nul gaan.

Bij c gebeurt er is speciaals voor  $x \in ]-\infty, -1[$ . Bespreek dit en verklaar het met behulp van de voorheen berekende fases.

a)

$$f(z) = (z - 1)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

b)

$$f(z) = (z + 1)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

c)

$$f(z) = (z + 1)^{\frac{1}{2}}(z - 1)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

### 2 Opgave 2

Zoek voor 2 van de volgende functies de singulariteiten en zeg welke soort singulariteit het is.

a)

$$\frac{\sin 3z}{z^2} - \frac{3}{z} \quad (4)$$

b)

$$\cot \frac{1}{z} \quad (5)$$

[HINT:  $\frac{1}{1-u+\mathcal{O}(u^2)} = 1 + u + \mathcal{O}(u^2)$ ]

c)

$$\frac{e^{3iz} - 3e^{iz} + 2}{z^3} \quad (6)$$

### 3 Opgave 3

Bereken de integraal

$$p.v. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{x^3 + 1} dx \quad (7)$$

### 4 Opgave 4

Bereken de Fourier Transformatie  $G(\omega)$  van de functie  $F(t)$  door gebruik te maken van complexe contourintegratie. Schrijf ook de formule van de inverse transformatie op.

$$F(t) = \frac{\sin \pi t}{1 - t^2} \quad (8)$$